



CAPÍTULO II

INTERÉS

COMPUESTO



2.1.- INTERÉS COMPUESTO

2.1.1. Conceptos básicos y ejercicios:

Recuerda que la metodología para el cálculo del interés compuesto es similar al interés simple. En todo momento se trabajará con la expresión $(1+i)$, $(1+i *n)$Lo que hace diferente este tema, es desde luego la capitalización de las tasas y el incremento de "P" en "n" tiempo con "i" tasa. De ahí que la variable "n", sale de $(1+i*n)$ y va al exponente $(1+i)^n$

Supongamos que ahorraste \$150,000.00 a una tasa del 10% anual (0.83% mensual, o sea 0.0833), a un plazo de un mes. En teoría, tomamos la fórmula del monto del interés simple, quedando de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} S &= P(1 + in) = \$150,000.00(1 + 0.00833 * 1) \\ &= \$150,000.00(1.00833) = \$151,249.50 \end{aligned}$$

Supongamos, que nuevamente se quiere invertir la misma cantidad a otro mes y con la misma tasa. Desde luego sin retirar el interés, de lo contrario caemos en el interés simple y de lo que se trata en este tema es de estudiar el interés compuesto.

Entonces tenemos que:

$$\begin{aligned} S &= P(1 + in) = \$151,249.50(1 + 0.0833 * 1) \\ &= \$151,249.50 * (1.00833) * 1 = \$152,509.41 \end{aligned}$$


El inversionista, nuevamente desea invertir otro mes y con la misma tasa, el importe de su capital. **(Se continúa con el mismo procedimiento anterior.)**

Se imagina que una persona requiera estar calculando 100, 200 o 300 meses..... Es por ello que el interés compuesto, viene a proporcionar una forma simple de poder capitalizar cada uno de los meses en que se desea estar invirtiendo.

De ahí que, tomando la formula de interés simple integramos las capitalizaciones (enviando n al exponente). Esto es, el interés ganado en una inversión se integra al capital, lo que se denomina como “la capitalización” y al período en que el interés puede convertirse en capital se le llama período de capitalización.

Como se visualiza con un simulador en Excel el mismo ejercicio resuelto manualmente:

INTERÉS COMPUESTO (CON CAPITALIZACIONES)



Descripción

$$S = P(1 + i)^n$$

Donde : $n = \frac{m}{n}$

$$P = \frac{S}{(1 + i)^n}$$

$$i = 1 - \left(\frac{S^{(1/n)}}{P}\right)$$

$$n = \frac{(\log S - \log P)}{\log(1 + i)}$$

Instrucciones

Variables	Valores
S =	
P =	\$ 150,000.00
i =	10.00%
Capitalización	mensual
Tasa de interes del periodo	0.83%
n =	2.00
Resultado	
S =	\$152,510.42

Nomenclatura:

- S = Monto obtenido
- P = Capital o principal
- i = Tasa de interés anual aplicable
- n = Plazo de la inversión (años, meses, días, etc...)

La diferencia en el resultado, es por el redondeo de la tasa (.008 ó .008333)

Otro ejemplo de un simulador que se puede descargar en:

<http://www.garciasantillan.com/>

Sección DESCARGA DE SIMULADORES:

<http://sites.google.com/site/educacionvirtualucc>

{ 73 }

En la práctica financiera, los períodos de capitalización más comunes son los mensuales, trimestrales, semestrales y anuales, aunque no por ello, se excluya a los bimestrales y cuatrimestrales. El Sistema Financiero Mexicano (Al igual que el internacional), opera con instrumentos de deuda e inversión, cuyos plazos son de: 7, 14, 28, 91 o 182 días.

En resumen: el interés compuesto, lo utilizaremos en operaciones a largo plazo y a diferencia del interés simple (*el interés simple no se capitaliza*), el interés generado en cada período se incluye al capital.

Para comprender mejor, resolvamos un ejercicio simple con ambos métodos (interés simple e interés compuesto)

Datos:

$$P = \$100,000.00$$

$$i = 15\% \text{ anual}$$

$$n = \text{dos meses}$$

Puedes comprobar, calculando el interés de un mes, y posteriormente, calcular el segundo y coincide con el resultado obtenido en el interés compuesto (\$101,250.00 y \$102,515.625 respectivamente)

Con interés simple

$$S = P(1 + in)$$

$$S = \$100,000.00 \left(1 + \frac{0.15}{12} * 2\right)$$

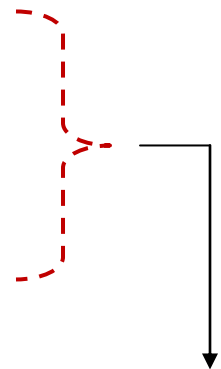
$$S = \$100,000.00(1.025) = \$102,500.00$$

Con interés compuesto

$$S = P(1 + i)^n$$

$$S = \$100,000.00(1 + 0.0125)^2$$

$$S = \$100,000.00(1.02515625) = \$102,515.63$$



NOTE LA DIFERENCIA

NOTA IMPORTANTE:

EL CAPITAL NO PERMANECE FIJO A LO LARGO DEL TIEMPO, ESTE SE INCREMENTA AL IGUAL QUE EL INTERÉS QUE GENERA LA INVERSIÓN, DE IGUAL FORMA AUMENTA EN CADA CAPITALIZACIÓN.

Así, si denotamos por “ i ” a la tasa de interés por el período de capitalizaciones, el monto del capital invertido después de “ n ” períodos de capitalización es

$$S = P(1 + i)^n$$

En esta fórmula, la tasa de interés se especifica por el período de capitalización. En la práctica financiera, lo más común es expresar la tasa de interés de forma anual e indicando el período de capitalización.

Ejemplo de ello, podemos decir que tenemos una tasa del 18% anual capitalizable mensualmente. O la misma tasa del 18% capitalizable semestralmente, trimestralmente, bimestralmente.

CUANDO LA TASA DE INTERÉS SE EXPRESA DE MANERA ANUAL, SE REFIERE A LA **TASA NOMINAL**, **de ahí la necesidad de dividir la tasa anual por el tipo de capitalización en el ejercicio.**

Ejemplo de ello tenemos: Si la tasa anual es del 12% y las capitalizaciones son:



Diario	12%/360 ó 12%/365 (interés ordinario o interés exacto)
Semanal	12%/52.1428571 semanas = 0.23013699
Quincenal	12%/24.33333 quincenas = 0.4931507
Mensual	12/12= 1% ó .01
Bimestral	12/6 = 2% ó .02
Trimestral	12/4 = 3% ó .03
Cuatrimestral	12/3= 4% ó .04
Semestral	12/2= 6% ó .06

Cuando la tasa de interés se especifica nominalmente, se tiene

$$S = P\left(1 + \frac{i}{m}\right)^n$$

En donde “*i*” es la tasa nominal, “*m*” el tipo de capitalización por año y “*n*” el número de capitalizaciones que comprende el plazo de la inversión.

Pero, ¿Qué fórmula debemos utilizar?



$$S = P(1 + i)^n \quad \text{ó} \quad S = P\left(1 + \frac{i}{m}\right)^n$$

EJERCICIOS

Desarrolle los siguientes casos (con ambos procedimientos)

<p><i>P</i>: \$100,000.00 <i>i</i>: 14% anual capitalizable mensualmente <i>n</i>: plazo de la inversión 3 años <i>m</i>: mensual</p> <p>.14/12= 0.01166667</p>	<p><i>P</i>: \$100,000.00 <i>i</i>: 14% anual capitalizable trimestralmente <i>n</i>: plazo de la inversión 3 años <i>m</i>: trimestral</p> <p>.14/4= 0.035</p>
---	---

De esta forma tenemos:

Capitalizable mensualmente (se incluye directamente la tasa mensual)

$$S = P(1 + i)^n \quad S = \$100,000.00(1 + 0.011666)^{36}$$

$$S = \$100,000(1.5182666) \quad \$151,826.66$$

Ahora con la fórmula del monto compuesto, se tiene

$$S = P\left(1 + \frac{i}{m}\right)^n \quad S = \$100,000.00\left(1 + \frac{0.14}{12}\right)^{36} \quad S = \$151,826.66$$

Capitalizable trimestralmente (se incluye directamente la tasa trimestral):

$$\begin{aligned} S &= P(1 + i)^n \quad S = \$100,000.00(1 + 0.035)^{12} \\ S &= \$100,000.00(1.035)^{12} \quad S = \$100,000.00(1.511068) \\ S &= \$151,106.80 \end{aligned}$$

Ahora con la fórmula del monto compuesto se tiene

$$\begin{aligned} S &= P\left(1 + \frac{i}{m}\right)^n \quad S = \$100,000.00\left(1 + \frac{0.14}{4}\right)^{12} \quad S = \$100,000.00(1.511068) \\ S &= \$151,106.80 \end{aligned}$$

Como podrán ver, es lo mismo sólo que dependerá como lo deseas representar.....Todos esto cálculos son demasiado simples

Visualicemos un ejemplo más: La compañía "XFGT", adeuda \$345,786.80 de un préstamo que recibió a 6 meses, tasado a una "i" nominal del 21.35%, capitalizable mensualmente. ¿Qué monto debe liquidar al vencimiento?

$$i = .2135/12 = 0.01779166667$$

$$\begin{aligned} S &= P(1 + i)^n \quad S = \$345,786.80(1.01779166667)^6 \\ S &= \$345,786.80(1.111612297) \quad S = \$384,380.86 \end{aligned}$$

Ahora otro ejemplo, que muestre mayor complejidad:

Una persona invierte \$20,000.00 a una tasa del 15% nominal capitalizable bimestralmente. Como sabe que el dinero lo ocupará, hasta pasados 1,250 días (fecha en que se casará) lo invierte a 1,246 días. El planteamiento, es muy simple, además que la formula se puede representar de la siguiente forma.

Con interés ordinario 360: $S = P(1 + \frac{i}{m})^{n=(\frac{t}{360}*m)}$

Con interés exacto 365: $S = P(1 + \frac{i}{m})^{n=(\frac{t}{365}*m)}$

Si “n” es el plazo de la inversión, y “m” es la capitalización, es necesario adecuar la ecuación, a los datos requeridos: **(tomaremos el interés ordinario)**

$$S = P(1 + \frac{i}{m})^{n=(\frac{t}{360}*m)} \quad \text{ó} \quad S = P(1 + \frac{0.15}{6})^{n=(\frac{1246}{360}*6)} \quad \text{ó} \quad S = P(1 + \frac{0.15}{6})^{n=(\frac{1246}{60})}$$



Calcular la tasa bimestral



Calcula el periodo de la inversión, en



El exponente puede ser manejado en ambos formatos

$$S = \$20,000.00(1 + 0.025)^{n=(20.76666667)}$$

$$S = \$33,398.65$$

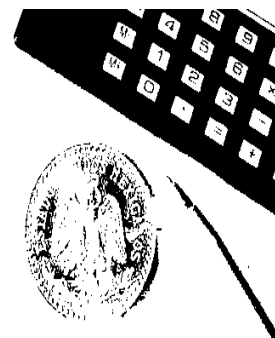
$$S = 20,000.00(1.669932581)$$



Pasados los 1,250 días que se diera de plazo para casarse, al galán del ejemplo anterior lo dejaron plantado en la Iglesia, por lo que ya no hubo boda. Con profundo dolor y totalmente consternado, decide invertir la cantidad de \$33,398.65 en pagarés a 14 días capitalizable en el mismo tiempo.



Sus asesores financieros estiman que la tasa de interés nominal de los pagarés se mantendrá en el 15% anual. ¿En cuánto tiempo triplicara su inversión, para ver si corre con mejor suerte, en eso que denominamos “matrimonio”?



Donde:

i = tasa nominal

i_p = tasa de los pagarés a 14 días

P : inversión

n : plazo

Primeramente calculemos la tasa nominal de los pagarés (*interés ordinario*).

$$i_p : \left(i * \frac{t}{360} \right) * 100 \quad i_p : \left(.15 * \frac{14}{360} \right) * 100 \quad i = 0.5833333 \text{ Cada 14 días}$$

Así: $P(1+i)^n$ $P(1+0.0058333)^n = P(1.0058333)^n$

Entonces la inversión se triplica cuando el monto de la inversión, esté dado por $3P$. Para ello, se debe despejar n

$$P(1+i)^n = 3P$$

$$P(1+0.0058333)^n = 3P$$

$$(1.0058333)^n = 3$$

Al pasar P al lado derecho, se cancela

AHORA APLICAMOS LOGARITMOS

$$\text{Log}((1.0058333)^n) = \text{Log}(3) \quad \text{Si } \log(x^b) = b\log(x)$$

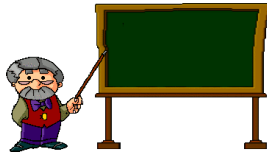
Entonces:

$$n\log((1.0058333)) = \log(3)$$

Pasa dividiendo

$$n = \frac{\log(3)}{\log(1.0058333)} \quad n = \frac{0.4771212}{0.0025260} = 188.8824159$$

El galán requiere de 188.8824159 períodos de 14 días para que su inversión se triplique. Algo así como 7.345427261 años, ó 2644.35 días, 63464.49 horas, 3'807,869.49 minutos, 228'472,169.5 segundos..... Y le podemos seguir, lo que mejor debemos hacer es sugerirle, que cancele la idea de casarse y se vaya de monje.



Sólo por curiosidad... ¿Cómo podremos comprobar lo dicho anteriormente?

$S=?$

i = tasa nominal

i_p : tasa de los pagarés a 14 días

P : inversión

n : plazo

$$i_p : 15 * \frac{14}{360}$$

$$S = \$33,398.65(1 + 0.0058333)^{188.8824159}$$

$$S = \$33,398.65(2.9999999) = \$100,195.95$$

$S = \$100,195.95$ (que es lo mismo si sumamos tres veces la cantidad de: $\$33,398.65 + \$33,398.65 + \$33,398.65 = \$100,195.95$)

COMO UNA NOTA:

LOGARITMOS COMUNES Y NATURALES

En teoría se sabe que los valores posibles para la base de un logaritmo son ilimitados: para nuestro caso utilizaremos los más usuales, los de base 10 y los de base e . El de base e es igual a 2.71828. En la calculadora financiera se evalúan con ambas bases. Para la base 10 con la tecla **Log** y los de base e con la tecla **Ln** los primeros son logaritmos comunes o decimales, mientras que los segundos, son conocidos como logaritmo natural o neperiano.

Su expresión es la siguiente:

$$\text{Log}_{10}(x) = \text{Log}(x) \quad \text{y} \quad \text{Log}_e(x) = \text{Ln}(x)$$

2.1.2. Valor presente y futuro

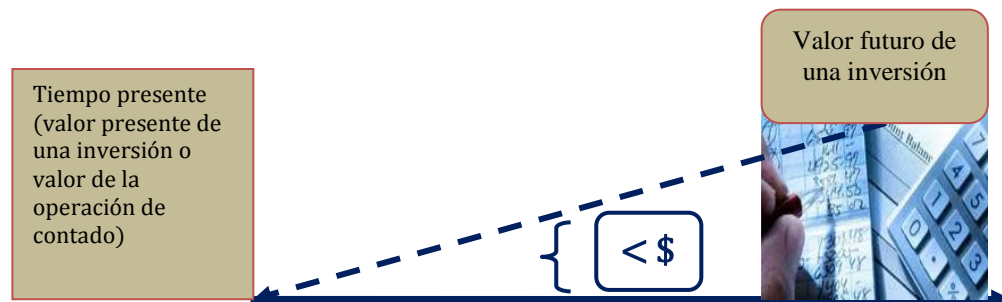
El valor futuro es el valor que tendrá una inversión en un tiempo posterior (del presente al futuro) y cuyo monto aumenta a medida que aumenta la tasa de interés y el tiempo. El incremento está en función de las capitalizaciones, las cuales pueden ser mensuales, bimestrales, trimestrales, anuales, así como cada semana, quince días, 21 días entre otros.

Ejemplificando con una línea de tiempo, se visualiza de la siguiente forma:



El valor presente es el valor que tendrá una inversión en el presente, o sea hoy, (del futuro al presente). El valor presente de la inversión será mayor cuando menor sea la tasa de interés (i) y el tiempo o el periodo (n).

Ejemplificando con una línea de tiempo, se visualiza de la siguiente forma:



EJERCICIO PARA COMPRENSIÓN “1”

El Sr. James López Stewart desea invertir la cantidad de \$200,000.00 a 4 años y el “Banco La Ilusión Monetaria” le ofrece la tasa Cetes del 7.8% anual capitalizable mensualmente. ¿Cuál será el valor futuro de la inversión?

DATOS

VP_{inv}: \$200,000.00
i= 7.8%
n= 4 años m = 12 meses
VFinv= ¿?

FORMULA

$$VF_{INV} = VP_{INV} (1+i)^n$$

CALCULO

$$VF_{inv} = \$200,000.00(1 + \frac{.078}{12})^{48} = \$200,000.00(1.0065)^{48} =$$

$$VF_{inv} = \$200,000.00(1.3647760) =$$

$$VF_{inv} = \$272,955.22$$



El valor futuro de la inversión al finalizar los 4 años es de \$272,955.22

Ahora el Sr. James López Stewart desea saber cuánto fue lo que invirtió para obtener la cantidad de \$272,955.22 en el plazo de 4 años y utilizando la tasa de referencia Cetes del 7.8%

DATOS

VFinv= \$272,955.22
i= 7.8%
n= 4 años m= 12 meses
VP_{inv}= ¿?

FORMULA

$$VP_{inv} = \frac{VF_{inv}}{(1 + \frac{i}{m})^n}$$

CALCULO

$$VP_{inv} = \frac{\$272,955.22}{(1 + \frac{.078}{12})^{48}} = \frac{\$272,955.22}{1.3647761} = 199,999.98$$

$$VP_{inv} = \$200,000.00$$



El valor presente de la inversión al inicio de los cuatro años es de \$200,000.00

Ahora se desea conocer cuál es el número de períodos en los que se logra acumular la cantidad de \$272,955.22 a partir de una inversión inicial de \$200,000.00, con la misma tasa Cetes de 7.8% nominal capitalizable mensualmente.

DATOS

n= ¿?
 VP_{inv}= \$200,000.00
 VF_{inv}= \$272,955.22
 i= 7.8% m= mensual

FORMULA

$$n = \frac{\text{Ln}VF_{inv} - \text{Ln}VP_{inv}}{\text{Ln}\left(1 + \frac{i}{m}\right)}$$

CALCULO

$$n = \frac{\text{Ln}VF_{inv} - \text{Ln}VP_{inv}}{\text{Ln}\left(1 + \frac{i}{m}\right)} = \frac{\text{Ln}\$272,955.22 - \text{Ln}\$200,000.00}{\text{Ln}(1 + .078)}$$

$$n = \frac{12.51706303 - 12.20607265}{0.075107472} = \frac{0.31099038}{0.075107472} =$$

$$n = 4.1406$$



El periodo por el cual se realizo la inversión, fue de 4 años

Ahora se desea conocer cuál fue la tasa de interés que en cuatro años permitió acumular la cantidad de \$272,955.22 a partir de una inversión inicial de \$200,000.00

DATOS

n= 4 años
 VP_{inv}= \$200,000.00
 VF_{inv}= \$272,955.22
 i= ¿? m= ¿?

FORMULA

$$i = (VF_{inv} / VP_{inv})^{1/n} - 1$$

$$i = (VF_{inv} / VP_{inv})^{1/n} - 1$$

$$i = (\$272,955.22 / \$200,000.00)^{1/48} - 1$$

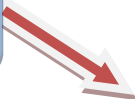
$$i = (1.3647761)^{0.020833333} - 1$$

$$i = 1.0065 - 1$$

$$i = 0.0065 \text{ _mensual} * 12 = 0.078$$

$$i = 7.8\%$$

La tasa de interés anual (mensual)



EJERCICIO PARA COMPRENSIÓN “2” (Con ecuaciones Equivalentes)

Interés Compuesto:

Una firma comercial considera que no podrá cubrir ciertos pagos según las cifras de sus proyecciones financieras y de flujos de efectivo, por lo que fija una fecha focal para renegociar con su acreedor, de tal suerte que los pagares que adeuda se visualizan en una línea de tiempo y tendrán las siguientes fechas en días y vencimiento: un pagare vencido de \$50,000.00 a 25 días, un segundo pagare vencido de \$45,000.00 de 40 días, un tercer pagare de \$40,000.00 por vencer a 70 días y un último pagare de \$20,000.00 a 100 días también por vencer. El acreedor y el deudor han llegado a un acuerdo para renegociar y pagar la deuda antes del tiempo convenido inicialmente, saldándola de la siguiente manera: el primer pago 30 días antes de la fecha focal, el segundo pago 45 días después de la fecha focal y el tercer y cuarto pago 70 días posteriores a la fecha focal.

¿Cuánto deberá pagar si los pagos deben ser iguales, y si la tasa es de 17% nominal exacto, capitalizable quincenalmente?

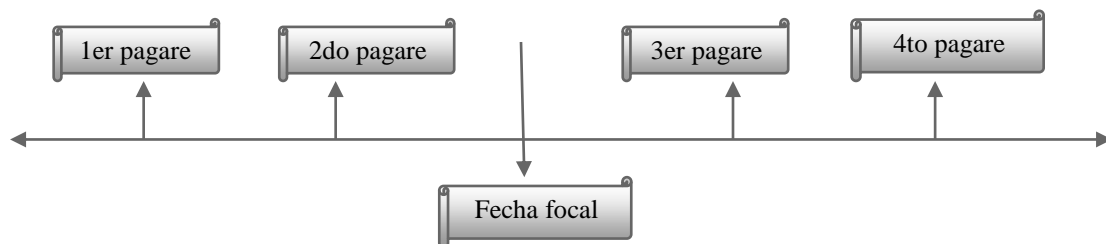
Vencimientos:

(Vencido) 1er pagare \$50,000.00 - 25 días / 15 días = 1.666666667

(Vencido) 2do pagare \$45,000.00 - 40 días / 15 días = 2.666666667

(Por vencer) 3er pagare \$40,000.00 - 70 días / 15 días = 4.666666667

(Por vencer) 4to pagare \$20,000.00 - 100 días / 15 días = 6.666666667



De la fórmula original, sabemos que tenemos para este caso, cuatro montos (pagares)

1er. Paso valorar la deuda

$$VEo = \sum S_1 + S_2 + S_3 + S_4$$

$$VEo = \$50,000.00 \left(1 + \frac{.17 * 15}{365}\right)^{1.666666667} + \$45,000.00 \left(1 + \frac{.17 * 15}{365}\right)^{2.666666667} + \frac{\$40,000.00}{\left(1 + \frac{.17 * 15}{365}\right)^{4.666666667}} + \frac{\$20,000.00}{\left(1 + \frac{.17 * 15}{365}\right)^{6.666666667}}$$

$$VEo = \$50,000.00\left(1 + \frac{2.55}{365}\right)^{1.6666667} + \$45,000.00\left(1 + \frac{2.55}{365}\right)^{2.6666667} + \frac{\$40,000.00}{\left(1 + \frac{2.55}{365}\right)^{4.666666667}} + \frac{20,000}{\left(1 + \frac{2.55}{365}\right)^{6.66666667}}$$

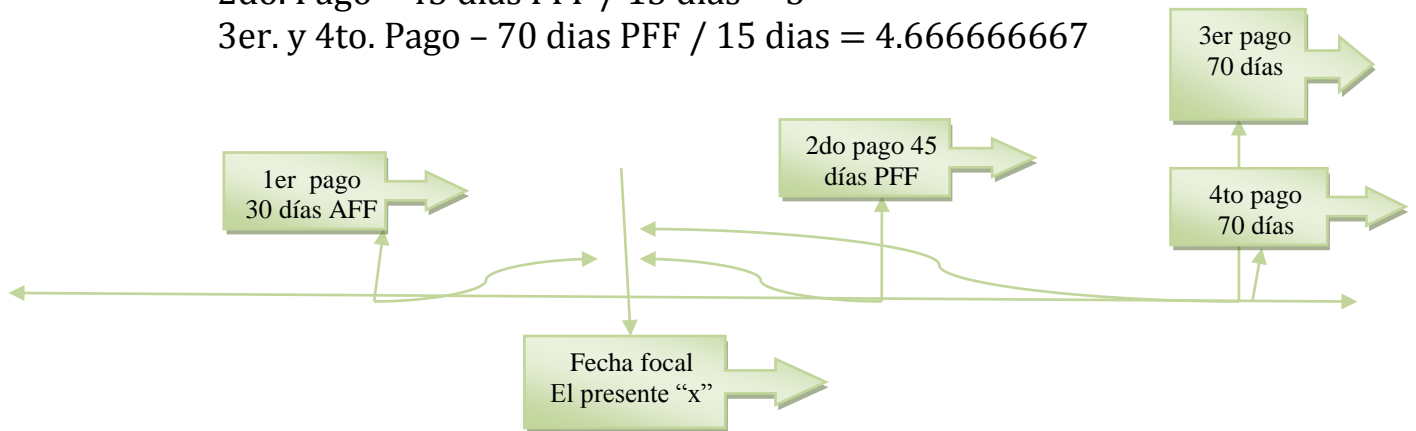
$$VEo = \$50,000.00(1+0.0069863)^{1.6666667} + \$45,000.00(1+0.0069863)^{2.6666667} + \frac{\$40,000.00}{(1+0.0069863)^{4.66666667}} + \frac{\$20,000.00}{(1+0.0069863)^{6.66666667}}$$

$$VEo = \$50,000.00(1.011671) + \$45,000.00(1.018739) + \frac{\$40,000.00}{(1.033023)} + \frac{\$20,000.00}{(1.047507)}$$

$$VEo = \$50,583.55 + \$45,843.25 + \$38,721.31 + \$19,092.95 \quad VEO = \$154,241.06$$

Renegociación

- 1er. Pago - 30 días AFF = / 15 días = 2
- 2do. Pago - 45 días PFF / 15 días = 3
- 3er. y 4to. Pago - 70 días PFF / 15 días = 4.666666667



$$VEn = 1\left(1 + \frac{.17 * 15}{365}\right)^2 + \frac{1}{\left(1 + \frac{.17 * 15}{365}\right)^3} + \frac{1}{\left(1 + \frac{.17 * 15}{365}\right)^{4.666666667}} + \frac{1}{\left(1 + \frac{.17 * 15}{365}\right)^{4.666666667}}$$

$$VEn = 1\left(1 + \frac{2.55}{365}\right)^2 + \frac{1}{\left(1 + \frac{2.55}{365}\right)^3} + \frac{1}{\left(1 + \frac{2.55}{365}\right)^{4.666666667}} + \frac{1}{\left(1 + \frac{2.55}{365}\right)^{4.666666667}}$$

$$VEn = 1(1+0.0069863)^2 + \frac{1}{(1+0.0069863)^3} + \frac{1}{(1+0.0069863)^{4.666666667}} + \frac{1}{(1+0.0069863)^{4.666666667}}$$

$$VEn = 1(1.0069863)^2 + \frac{1}{(1.0069863)^3} + \frac{1}{(1.0069863)^{4.666666667}} + \frac{1}{(1.0069863)^{4.666666667}}$$

$$VEn = 1(1.014021) + \frac{1}{1.021105} + \frac{1}{1.033023} + \frac{1}{1.033023}$$

$$VEN = 1.014021 + 0.9793312147 + 0.9680326575 + 0.9680326575$$

$$VEn = 3.92941753 \quad Y = \frac{VEo}{VEn} = \frac{154,241.06}{3.92941753} \quad Y = 39,252.90 \text{ _cada_ _pago}$$

$$\text{por _4_ _se_ _paga_ _en_ _total} = \$157,011.60$$

2.1.2.1. Algunos ejercicios para despejar variables de la fórmula del interés compuesto

Variable “Monto”

- 📌 Se invierte en el banco un capital de \$250,000.00 con una tasa del 2.5% trimestral, capitalizable mensualmente ¿Cuál será el monto obtenido, pasado un año y medio?

$$\begin{array}{ll} P=\$250,000.00 & S = \$250,000.00(1 + 2.5\%/3)^{18} \\ i=2.5\% \text{ trimestral} & S = \$250,000.00(1.0083333)^{18} \\ m=\text{Cap mensual} & S = \$250,000.00(1.16111233) \\ n=18 \text{ meses} & S = \$290,278.08 \end{array}$$

- 📌 Se apertura una cuenta de ahorro con un capital de \$51,000.00 con un interés del 0.3% mensual, capitalizable cada bimestre, después de tres años ¿Qué saldo tendrá la cuenta?

$$\begin{array}{ll} P=\$51,000.00 & S = \$51,000.00(1 + (0.003\% * 2))^{36/2} \\ i=0.3\% \text{ trimestral} & S = \$51,000.00(1.006)^{18} \\ \text{Cap=Bimestral} & S = \$51,000.00(1.11368828) \\ n=36 \text{ meses} & S = \$56,798.10 \end{array}$$

Variable “Tiempo”

- a) ¿Cuánto tiempo se tendrá que esperar para que el monto se duplique? ($51,000.00 + 51,000.00 = 102,000.00$)

$$\begin{aligned} n &= \frac{\text{Log}(2)}{\text{Log}(1 + (0.003\% * 2))} = n = \frac{\text{Log}(2)}{\text{Log}(1.006)} \\ n &= \frac{0.30102995}{0.00259798} = n = 115.8707727 \text{ _bimestres} \\ n &= 231.741516 \text{ _meses} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{ll} \text{Comprobación} & S = \$51,000.00(1.006)^{115.8707727} \\ & S = \$51,000.00(2.00000017) \\ & S = \$102,000.00 \end{array}$$

🍁 ¿En qué tiempo se triplica un capital de \$50,000.00 si consideramos en este momento una tasa de 15% anual capitalizable quincenalmente?

$$n = \frac{\text{Log}(3)}{\text{Log}(1 + \frac{15\%}{365} * 15)} = \frac{\text{Log}(3)}{\text{Log}(1.00616438)}$$

$$n = \frac{0.47712125}{0.00266894} = 178.768069 \text{ _ quincenas}$$

Comprobación

$$S = \$50,000.00(1.00616438)^{178.768069}$$

$$S = \$50,000.00(2.99999807)$$

$$S = \$149,999.90 \text{ _ igual _ a _ } \$150,000.00$$

Que es lo mismo que: \$50,000.00 x 3 = \$150,000.00

🍁 ¿En qué tiempo un capital de \$10,000.00 se quintuplicará, si se considera un interés exacto del 12% semestral con capitalización cada 28 días?

$$n = \frac{\text{Log}(5)}{\text{Log}(1 + (\frac{.12 * 2 * 28}{365}))} = \frac{1.60943791}{\text{Log}(1.01841095)} = \frac{1.60943791}{0.01824352}$$

$$n = 88.21965926 \text{ _ períodos _ de _ 28 _ días}$$

Comprobación

$$S = \$10,000.00(1.01841095)^{88.21965926}$$

$$S = \$10,000.00(5.00000008)$$

$$S = \$50,000.00$$

🍁 Determine el plazo necesario para que una inversión de \$5,000.00 alcance los \$7,500.00, si la tasa de interés es del 2.5% mensual con capitalizaciones bimestrales

$$\begin{aligned}
 n &= \frac{\text{Log}(\$7,500.00 / 5,000.00)}{\text{Log}(1 + (0.025\% * 2))} & n &= \frac{\text{Log}(7,500.00) - \text{Log}(5,000.00)}{\text{Log}(1 + (2.5\% * 2))} \\
 &= \frac{\text{Log}(1.5)}{\text{Log}(1.05)} = \frac{0.40546510}{0.04879016} & &= \frac{\text{Log}(7,500.00) - \text{Log}(5,000.00)}{\text{Log}(1.05)} \\
 n &= 8.31038676 \text{ _bimestres} & &= \frac{3.87506126 - 3.69897000}{0.02118929} \\
 & & &= \frac{0.17609125}{0.02118929} \\
 & & \text{ó} &= 8.31038935 \text{ _bimestres}
 \end{aligned}$$

Comprobación

$$S = \$5,000.00(1.05)^{8.31038935}$$

$$S = \$5,000.00(1.50000002)$$

$$S = \$7,500.00$$

Variable “Valor Presente”

👉 Se tiene una deuda por \$25,000.00 que debe ser liquidada en un periodo determinado de tiempo, sin embargo, tres meses antes de su vencimiento se decide pagar, la tasa de descuento otorgada es de 17% anual, capitalizable bimestralmente ¿Cuál será el monto a pagar, si este se liquida por anticipado?

$$S = \$25,000.00$$

$$i = 17\%$$

Cap = Bimestral

$$n = 3 \text{ meses}$$

VP: valor presente a descuento

$$VP = \frac{\$25,000.00}{(1 + (.17\% / 6))^{3/2}} = VP = \frac{\$25,000.00}{(1.02833333)^{1.5}}$$

$$VP = \frac{\$25,000.00}{1.04279963} = \$23,973.93$$

Comprobación

$$VF = \$23,973.93(1.04279963)$$

$$VF = \$25,000.00$$

🍷 Se compra a crédito mercancía por \$2,500.00 el 25% se paga al contado y el resto se acuerda liquidarlo en una fecha determinada. Pero a los cuatro meses antes del vencimiento se paga la deuda ¿Cuál será el total a liquidar si la tasa de descuento es del .8% mensual con capitalizaciones mensuales?

$$\begin{aligned}
 S &= \$2,500.00 & \$2,500.00 * 25\% &= \$625.00 \\
 i &= 0.8\% \text{ mensual} & \$2,500.00 - \$625.00 &= \$1,875.00 \\
 \text{Cap} &= \text{mensual} \\
 n &= 4 \text{ meses} & VP &= \frac{\$1,875.00}{(1+0.008)^4} = \frac{\$1,875.00}{(1.008)^4} = \frac{\$1,875.00}{1.03238605} \\
 & & VP &= \$1,816.181069
 \end{aligned}$$

Comprobación

$$VF = \$1,816.181069(1.032386052)$$

$$VF = \$1,875.00$$

Variable “Reestructura de Deudas con Ecuaciones Equivalentes”

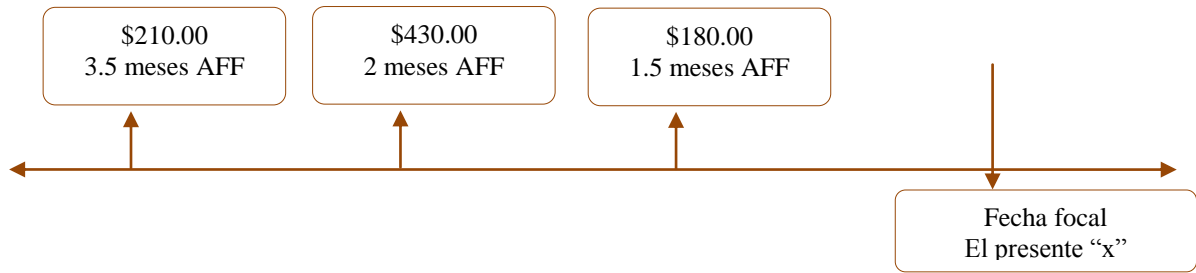
Se adquiere una deuda por la cual fueron signados unos pagarés. Al vencimiento de estos pagarés no se tuvo solvencia económica para liquidarlos, de ahí que antes que lleguen los abogados del Acreedor, se solicita reestructurar la deuda y liquidarlos en otras fechas y en cinco montos iguales en las siguientes fechas: el primero en la FF y los demás cada mes y medio. Se pacta una tasa para la reestructura del 24% anual capitalizable mensualmente

Los documentos vencidos son los siguientes:

\$210.00	3.5 meses	antes FF
\$430.00	2 meses	antes FF
\$180.00	1.5 meses	antes FF

Primeramente se debe valorar la deuda original

La línea de tiempo para el VEo es la siguiente



$$VEo = \$210.00(1 + (24\%/12))^{3.5} + \$430.00(1 + (24\%/12))^2 + \$180.00(1 + (24\%/12))^{1.5}$$

$$VEo = \$210.00(1.07176754) + \$430.00(1.0404) + \$180.00(1.03014950)$$

$$VEo = \$225.07 + \$447.37 + \$185.43$$

$$VEo = \$857.87$$

Posteriormente se debe calcular el coeficiente del nuevo esquema de pagos.

$$VEn = 1 + \frac{1}{(1 + (24\%/12))^{1.5}} + \frac{1}{(1 + (24\%/12))^3} + \frac{1}{(1 + (24\%/12))^{4.5}} + \frac{1}{(1 + (24\%/12))^6}$$

$$VEn = 1 + \frac{1}{1.03014950} + \frac{1}{1.061208} + \frac{1}{1.09320289} + \frac{1}{1.12616241}$$

$$VEn = 1 + 0.97073288 + 0.94232233 + 0.91474327 + 0.88797138$$

$$VEn = 4.71576987$$

Finalmente se calcula el importe de cada pago

$$y = \frac{VEo}{VEn} = \frac{\$857.87}{4.71576987} = \$181.92$$



¿Qué hacer cuando las cuentas no sale bien?

Como reestructurar la deuda, cuando el acreedor no acepta pagos iguales, por el contrario, pide que sean cantidades específicas en cada nuevo pago



Veamos algunos ejemplos

El Sr. Arturo Hernández Stuart adeuda los siguientes pagarés:

Pagarés	Fecha de Vencimiento
\$3,000.00	01 de Marzo
\$20,000.00	28 de Mayo
\$15,000.00	15 de Julio

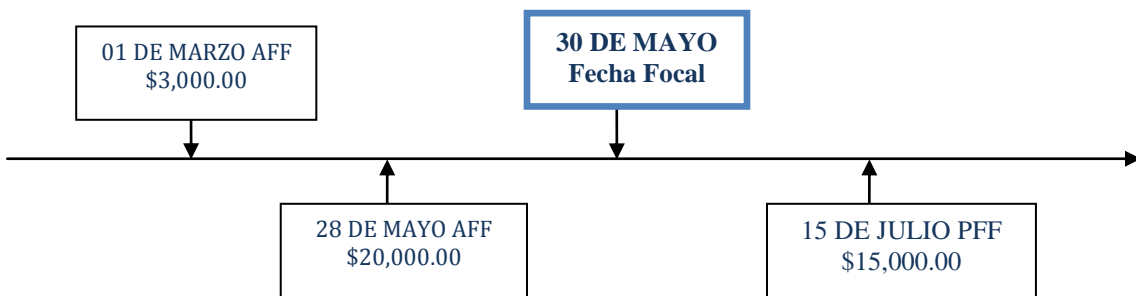
Debido a que el Sr. Hernández Stuart no cuenta con los suficientes recursos para saldar los pagarés en las fechas de su vencimiento, acuerda con su acreedor reestructurar la deuda de la manera siguiente:

Número de Pago	Monto	Fecha
1	\$3,000.00	28 mayo
2	?	13 de julio
3	\$15,000.00	25 de julio

La fecha focal que se acordó, será el 30 de mayo del mismo año de vencimiento de los pagarés.

Para la reestructura, se utilizará la tasa del 20% capitalizable cada 13 días. (Utilizar el interés ordinario)

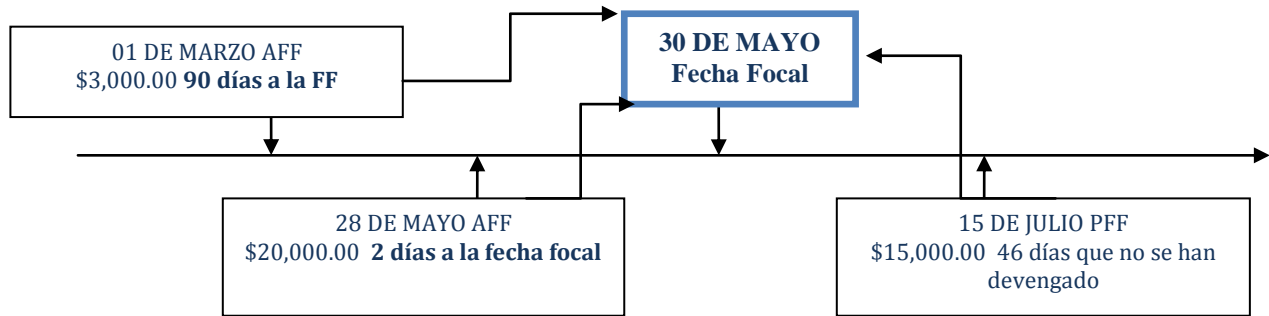
Como se visualiza la línea de tiempo de la deuda original



El teorema para valorar la deuda original, se establece como:

$$VE_o = \sum_{1=n}^t S_{aff} (1+(i/m))^n + S_{ff} + \sum_{1=n}^t \frac{S_{pff}}{(1+(i/m))^n}$$

Los días antes del vencimiento y los días por vencer:



Se resuelve de la siguiente forma:

$$VE_o = \$3,000.00 \left(1 + \left(\frac{.20}{360} * 13 \right) \right)^{\frac{90}{13}} + \$20,000.00 \left(1 + \left(\frac{.20}{360} * 13 \right) \right)^{\frac{2}{13}} + \frac{\$15,000.00}{\left(1 + \left(\frac{.20}{360} * 13 \right) \right)^{\frac{46}{13}}}$$

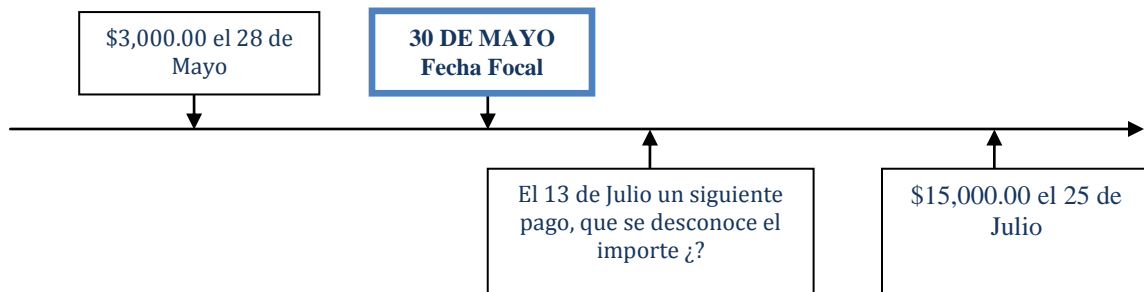
$$VE_o = \$3,000.00 (1.0072222)^{6.9230769} + \$20,000.00 (1.0072222)^{0.1538461} + \frac{\$15,000.00}{3.5384153 (1.0072222)}$$

$$VE_o = \$3,000.00 (1.05108220) + \$20,000.00 (1.00110773) + \frac{\$15,000.00}{1.02579033}$$

$$VE_o = \$3,153.25 + \$20,022.15 + \$14,622.87$$

$$VE_o = \$37,798.27$$

Ahora los pagos serán en las siguientes fechas y montos, desconociendo uno de los pagos, por lo que deberá calcularse a partir de lo siguiente:



El teorema para el nuevo esquema, se establece como:

$$VEn = \sum_{1=n}^t 1_{\text{aff}} (1+(i/m))^n + 1_{\text{ff}} + \sum_{1=n}^t \frac{1_{\text{pff}}}{(1+(i/m))^n}$$

Se desconoce el segundo pago, por lo que ahora la fórmula se presenta de la siguiente forma:

$$VEn = \$3,000.00(1.0072222)^{\frac{2}{13}} + \frac{S_2}{(1.0072222)^{\frac{44}{13}}} + \frac{\$15,000.00}{(1.0072222)^{\frac{56}{13}}}$$

$$VEn = \$3,000.00(1.0072222)^{0.153846154} + \frac{S_2}{(1.0072222)^{3.384615385}} + \frac{\$15,000.00}{(1.0072222)^{4.307692308}}$$

$$VEn = \$3,000.00(1.001107731) + \frac{S_2}{(1.024655633)} + \frac{\$15,000.00}{(1.031484776)}$$

$$VEn = \$3,003.32 + \frac{S_2}{1.0246555} + \$14,542.15$$

¿Cuál es el valor del pagaré del 13 de julio?

$$S_2 = \frac{VEo - (S_1 + S_3)}{1.0246555}$$

$$S_2 = \frac{\$37,798.27 - (\$3,003.32 + \$14,542.15)}{(1.024655633)}$$

$$S_2 = \frac{(\$37,798.27 - \$17,545.47)}{1.024655633}$$

$$S_2 = \frac{\$20,252.80}{1.024655633}$$

$$S_2 = \$19,765.47$$

EL VALOR DEL SEGUNDO PAGARÉ ES DE: **\$19,765.47**



Resolvamos Ahora otro ejercicio con 4 pagos de deuda original y cuatro pagos reestructurados, desconociendo el monto de uno de ellos.

Se tienen los siguientes pagarés:

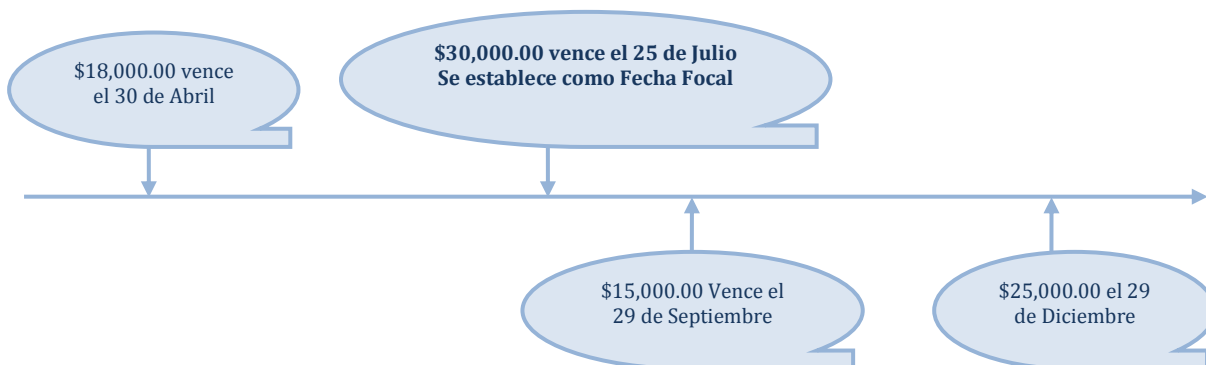
PAGARÉS	FECHA DE VENCIMIENTO
\$18,000.00	30 de abril
\$30,000.00	25 de julio
\$15,000.00	29 de septiembre
\$25,000.00	29 de diciembre

Se reestructurarán los pagos de la siguiente manera:

NÚMERO DE PAGO	MONTO	FECHA
1	\$18,000.00	25 de julio
2	\$30,000.00	8 de agosto
3	Se desconoce el monto	30 de septiembre
4	\$15,000.00	24 de octubre

Se estableció el 25 de julio como fecha focal
Tasa bimestral del 1.2% con una capitalización mensual.

La línea de tiempo para valorar la deuda se visualiza de la siguiente forma:



El teorema es:

$$VE_o = \sum_{1=n}^t S_{\text{aff}} (1+(i/m))^n + S_{\text{ff}} + \sum_{1=n}^t \frac{S_{\text{pff}}}{(1+(i/m))^n}$$

$$VE_o = \$18,000.00 \left(1 + \frac{.012}{2}\right)^{\frac{86}{30}} + \$30,000.00 + \frac{\$15,000.00}{\left(1 + \frac{.012}{2}\right)^{\frac{66}{30}}} + \frac{\$25,000.00}{\left(1 + \frac{.012}{2}\right)^{\frac{157}{30}}}$$

$$VE_o = \$18,000.00 (1.006)^{\frac{86}{30}} + \$30,000.00 + \frac{\$15,000.00}{(1.006)^{\frac{66}{30}}} + \frac{\$25,000.00}{(1.006)^{\frac{157}{30}}}$$

$$VE_o = \$18,000.00 (1.006)^{\frac{86}{30}} + \$30,000.00 + \frac{\$15,000.00}{(1.006)^{\frac{66}{30}}} + \frac{\$25,000.00}{(1.006)^{\frac{157}{30}}}$$

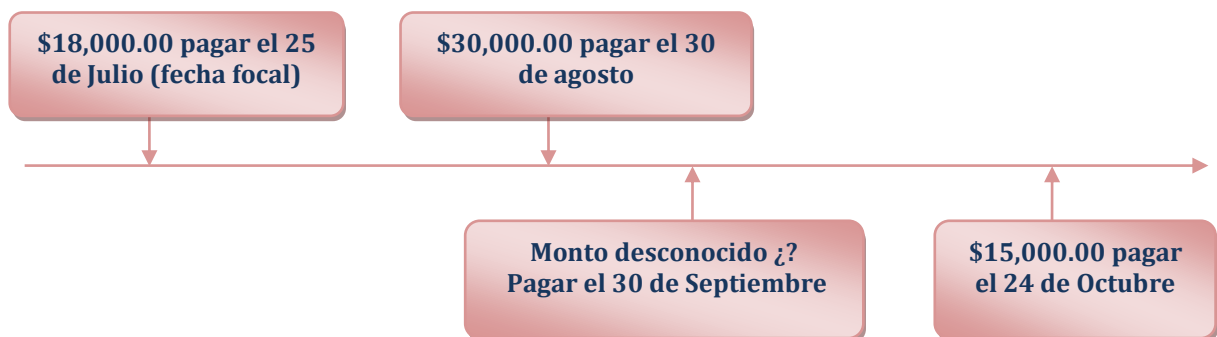
$$VE_o = \$18,000.00(1.0171296487) + \$30,000.00 + \frac{\$15,000.00}{(1.013247539)} + \frac{\$25,000.00}{(1.031801367)}$$

$$VE_o = \$18,308.33 + \$30,000.00 + \$14,803.88 + \$24,229.47$$

$$VE_o = \$87,341.68$$

El teorema para el nuevo esquema, así como la línea de tiempo se establece como:

$$VE_n = \sum_{1=n}^t 1_{\text{aff}} (1 + (i/m))^n + 1_{\text{ff}} + \sum_{1=n}^t \frac{1_{\text{pff}}}{(1 + (i/m))^n}$$



$$VEn = \$18,000.00 + \$30,000.00(1+(0.012/2))^{36} + \frac{S_3}{(1+(0.012/2))^{67/30}} + \frac{\$15,000.00}{(1+(0.012/2))^{91/30}}$$

$$VEn = \$18,000.00 + \$30,000.00(1.006)^{1.2} + \frac{S_3}{(1.006)^{2.2333333}} + \frac{\$15,000.00}{(1.006)^{3.0333333}}$$

$$VEn = \$18,000.00 + \$30,000.00(1.0072043) + \frac{S_3}{(1.0134496)} + \frac{\$15,000.00}{(1.01831124)}$$

$$VEn = \$18,000.00 + \$30,216.13 + \frac{S_3}{(1.0134496)} + \$14,730.27$$

¿Cuál es el valor del tercer pago?

$$S_3 = \frac{(VEo - (S_1 + S_2 + S_4))}{1.0134496}$$

$$S_3 = \frac{(\$87,341.68 - (\$62,946.40))}{1.0134496}$$

$$S_3 = \frac{(\$24,395.28)}{1.0134496}$$

$$S_3 = \$24,071.53$$



EL VALOR DEL TERCER PAGO ES: \$24 071.53

2.1.3. EJERCICIOS PARA RESOLVER:

INTERÉS COMPUESTO

1. Andrés y Silvana acaban de tener a su primer hijo. Es una niña llamada Luciana. Andrés ese mismo día abre una cuenta para Luciana con la cantidad de \$3'000,000.00. ¿Qué cantidad habrá acumulado Luciana para la edad de 8 años, si el banco les ofrece un interés del 6%, capitalizable trimestralmente?
2. Manuelito de 8 años recibió un cheque de su abuelo por \$3,000.00 el día que ganó un concurso de natación. Pasó el tiempo y Manuelito olvido que había depositado ese dinero. A sus 26 años decide retirar lo acumulado. ¿Cuánto habrá acumulado en su cuenta Manuelito, si inicialmente le dieron una tasa del 12% con capitalización mensual y así continuo hasta el final?
3. Los señores Borja se pelearon; y la Sra. de Borja para aplacar su furia decidió ir de compras y adquirió una bolsa "Fendi", de lo más selecto de la temporada, y cuyo costo fue de \$5,689.45. El Sr. Borja, decide no pagar la tarjeta durante 4 meses para darle una lección a su mujer (aunque el pagara más, por este capricho matrimonial). Si el banco cobra un interés mensual de 3.344%. ¿Cuál será su saldo al mes de agosto?
4. Susana decide regalarle un coche a su hija que cumple 17 años. Y acuerda pagar un enganche de \$65,000.00 y saldar el resto en otro pago de \$58,000 tres meses después. Si 56 días antes de la fecha de vencimiento del adeudo de los \$58,000, Susana recibe una grande herencia y decide abrir un pagare a 28 días, ¿Qué cantidad debe depositar para que el monto final cubra exactamente los \$58,000 que adeuda si la tasa de interés anual es del 11.571%?
5. a) ¿en cuánto tiempo se duplica una inversión de \$1,000 al 13% anual capitalizable trimestralmente?
b) ¿en cuánto tiempo se duplica una inversión de \$1,000 al 13% anual capitalizable mensualmente?
c) ¿en cuánto tiempo se duplica una inversión de \$1,000 al 13% anual capitalizable bimensualmente?



6. Considere que la empresa “El Proveedor del Sur S.A. de C.V.” adeuda los siguientes pagares:

Importes	Vencimientos
$S_1 = \$7,600.00$	15 de octubre
$S_2 = \$5,500.00$	30 de noviembre
$S_3 = \$840.00$	1 de diciembre
$S_4 = \$1,300.00$	30 de diciembre

Sin embargo, no podrán liquidar dichos pagarés ya que los flujos de efectivo de la empresa muestran déficit en los meses de vencimiento. Para ello toman la decisión de solicitar a su acreedor reestructurar la deuda en seis pagos iguales, el primero en la Fecha Focal acordada que será el 20 de noviembre y los demás pagos cada 20 días. Utilizar para esta operación la tasa de interés o descuento (según el caso) del 15% anual exacto con capitalizaciones quincenales.

7. Un último ejercicio con 5 pagos de deuda original y seis pagos reestructurados, desconocimiento el monto del primer pago en la fecha focal.

Se tienen los siguientes pagarés:

Fecha	Importe	Días de vencimiento
3 DE MARZO	\$14,000.00	165 DÍAS AFF
8 DE MAYO	\$22,000.00	99 DÍAS AFF
20 DE JUNIO	\$72,000.00	56 DÍAS AFF
15 DE AGOSTO	\$50,000.00	Coincide el vencimiento en la fecha focal acordada (FF)
9 DE OCTUBRE	\$35,000.00	55 DÍAS PFF
10 DE NOVIEMBRE	\$10,000.00	87 DÍAS PFF

Considerar los datos siguientes

15 de Agosto como fecha focal

$i = 14.5\%$ nominal ordinario

$m =$ bimestral

Se reestructurarán los pagos de la siguiente manera:

Número de Pago	Días
1 Desconocido	FF
2 \$60,525.00	30 DÍAS PFF
3 \$31,289.15	50 DÍAS PFF
4 \$37,000.00	65 DÍAS PFF
5 \$49,566.66	80 DÍAS PFF
6 \$17,000.00	92 DÍAS PFF

La solución de estos ejercicios, en la sección de anexos

2.1.4.- Ejercicios validados con simuladores financieros

EJERCICIO DE INTERES COMPUESTO

Se solicita capitalizar los intereses cada semestre durante un periodo de 3 años. El capital inicial es de \$10,000.00. Calcular el monto al finalizar dicho periodo. Tasa de interés 10%.

DATOS:

$$P = \$10,000.00$$

$$i = 10\%$$

$$n = 3 \text{ años}$$

$$m = \text{semestral}$$

FÓRMULA:

$$S = P\left(1 + \frac{i}{m}\right)^n$$

$$S = P\left(1 + \frac{i}{m}\right)^n$$

$$S = \$10,000.00\left(1 + \frac{.10}{2}\right)^6$$

$$S = \$10,000.00(1.05)^6$$

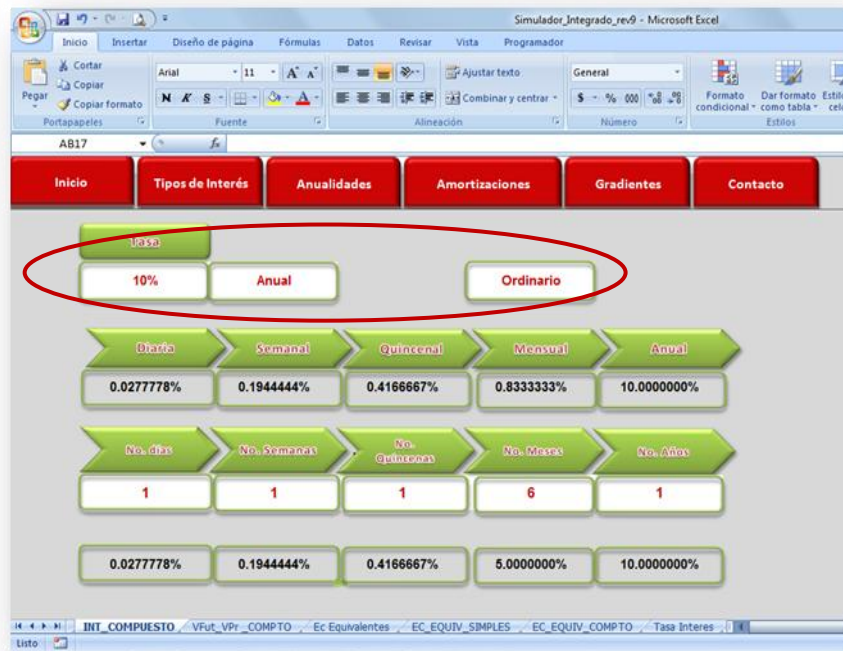
$$S = \$10,000.00(1.3400956)$$

$$S = \$13,400.96$$

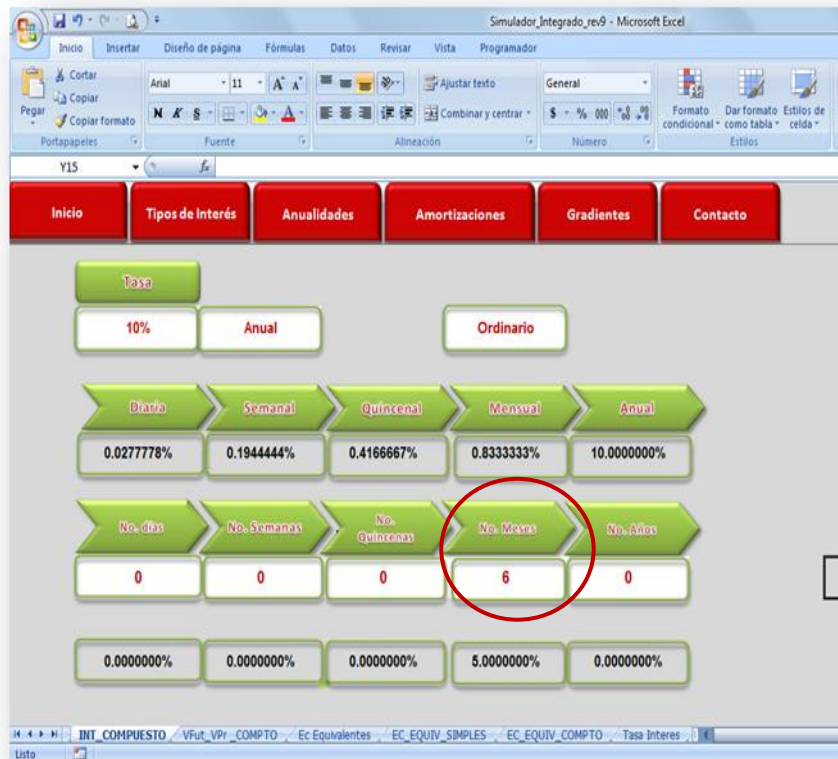
El monto al finalizar la inversión es de \$13,400.96.

Guía para cálculo en el Simulador Financiero SIRA v1.0

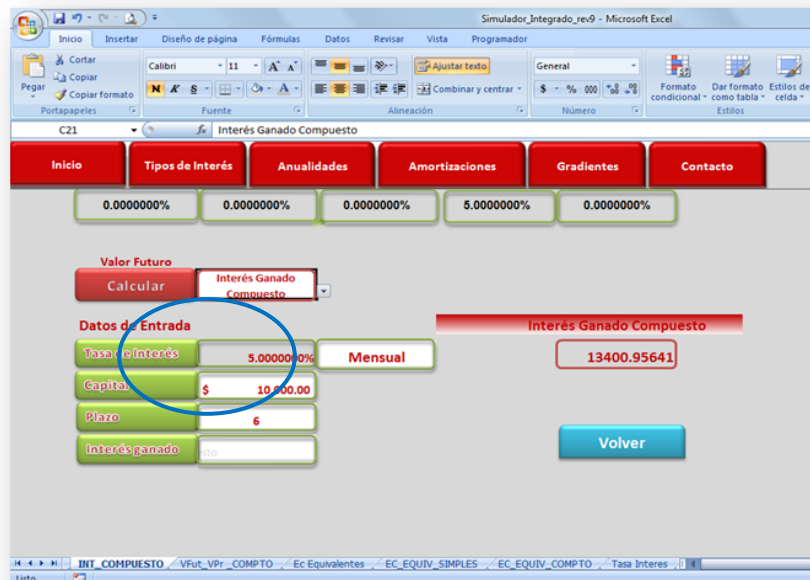
1. Utilizar la fórmula de cálculo de Interés Compuesto
2. Ingresar en el recuadro de "Tasa", el porcentaje de interés dado.
3. Seleccionar si la tasa es anual o mensual.
4. Seleccionar el tipo de Interés, si es Ordinario o exacto (recordemos que para cálculo exacto son 365 días y para cálculo ordinario, 360 días)



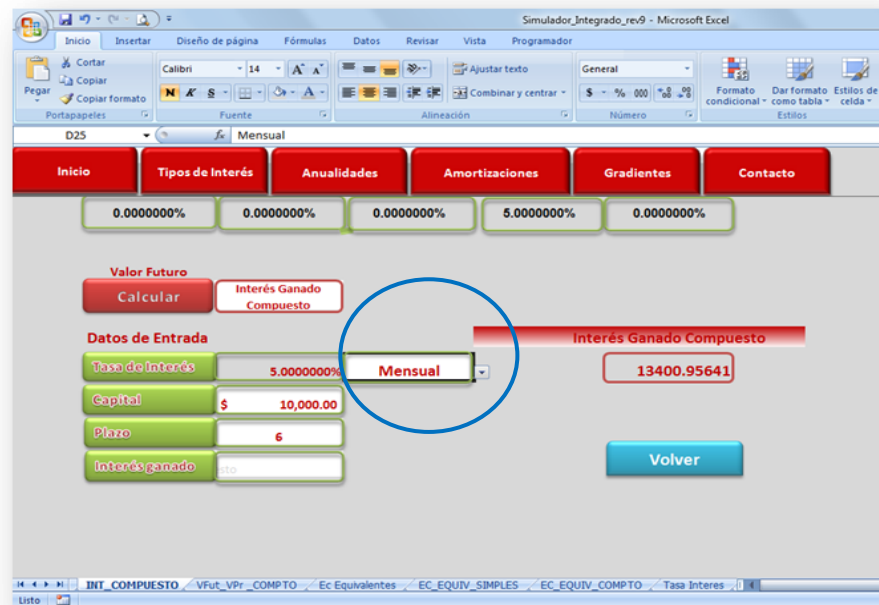
5. Ingresar el periodo de capitalización, para este ejemplo es semestral, por lo tanto indicamos 6 en la opción No. De meses.



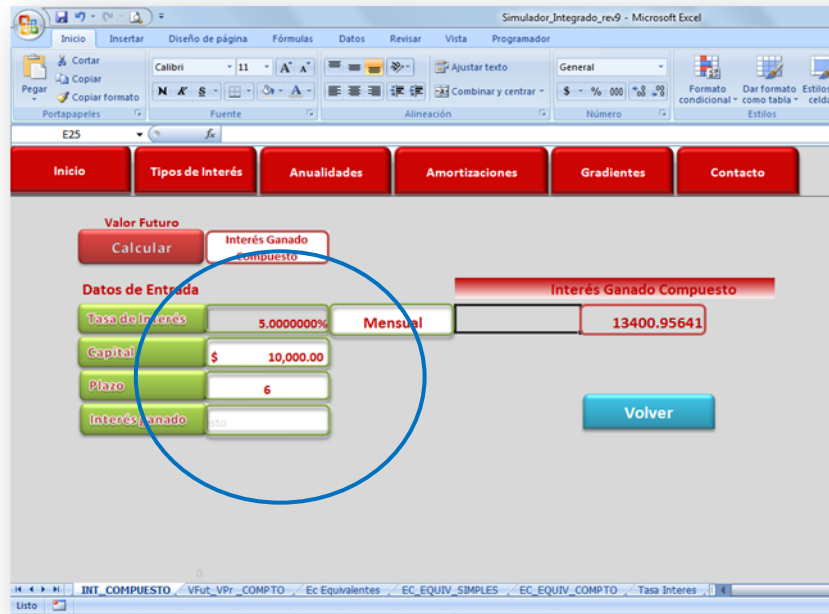
6. Seleccionar el tipo de cálculo que se desea realizar, “Interés ganado Compuesto”



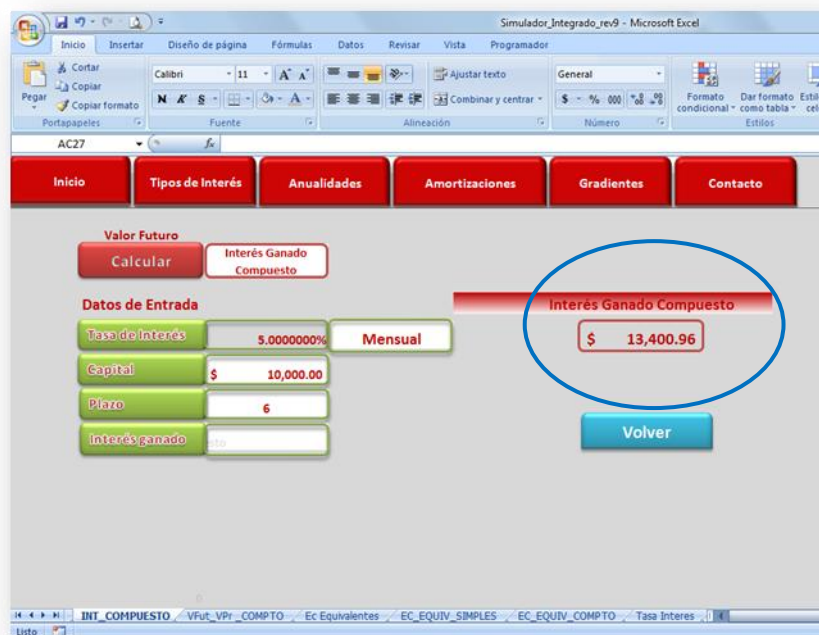
7. Seleccionar el tipo de tasa utilizada de acuerdo a la capitalización, para este ejemplo es “mensual”.



8. Ingresar el monto de capital y el plazo, en este ejemplo como la capitalización es semestral y el periodo es a 3 años, se sabe que en 3 años, hay 6 semestres, por lo tanto el plazo a indicar en el simulador es “6”



9. Al finalizar de ingresar los datos para el cálculo, obtenemos el resultado de esta operación.



VERSION DELPHI (Modelo b)

Interés Compuesto

Representa la utilidad de un capital inicial (PV) o principal a una tasa de interés (i), durante un periodo (n), en el cual los intereses que se obtienen al final de cada periodo de inversión no se retiran sino que se reinvierten al capital inicial, es decir se capitalizan, se utiliza en operaciones a largo plazo. Lo podemos calcular mediante el empleo de la siguiente fórmula:

$$S = P(1 + \frac{i}{m})^n$$

Ejemplo a partir de los siguientes datos:

Supongamos que ahorraste \$100,000.00 a una tasa del 14% anual (1.16% mensual, o sea 0.0116) a un plazo de 36 meses.

Aplicación de la fórmula para obtener el Interés Compuesto (S):

$$S = P(1 + \frac{i}{m})^n$$
$$S = \$100,000.00(1 + \frac{14}{12})^{36}$$
$$S = \$100,000.00(1 + 0.011666)^{36}$$
$$S = \$100,000.00(1.518265994)$$
$$S = \$151,826.59$$

The screenshot shows a Delphi application window titled "Interes Compuesto". The window contains a text area at the top with a definition of compound interest. Below it is a form titled "Obtener Interes Compuesto" with input fields for P (100000), i (.14), n (36), and m (12). A central box displays the formula $S = P(1 + \frac{i}{m})^n$. To the right, a legend defines the variables: P = capital, i = tasa de interés, n = plazo, m = capitalización, S = interés compuesto. Below the form, a "Calcular" button is shown, and the result "Interes Compuesto (S) 151826.599418774" is displayed. A "CERRAR" button is at the bottom right. Several callout boxes provide instructions: "Sección en la cual se capturarán los datos de las variables.", "Sección de variables a calcular: - i siempre se capturará en decimales. - n deberá considerar valores en meses. - m deberá considerar valores periódicos dentro de un año.", "Realiza la operación", "Muestra el resultado del cálculo que se desea obtener.", "Fórmulas empleadas para obtener los cálculos de interés compuesto.", and "Cierra la sección de interés compuesto y regresa al menú principal."

VERSION DELPHI (Modelo a)

Interés Compuesto

Menú Interés Compuesto

En esta sección, podemos calcular el interés compuesto tomando como base la formula:

$$S = P(1 + \frac{i}{m})^n$$

Sección de variables a calcular.

- Para el valor de "i" deberá ingresarse de manera decimal.
- Para el valor de "n" deberá considerar valores en meses
- Para el valor de "m" deberá considerar valores periódicos dentro de un año. Ejemplo: mensual, bimestral, etc.

Sección en la cual se ingresaran los datos de las variables.

Sección que muestra el resultado del cálculo.

Botón para realizar la operación matemática del cálculo deseado.

Cierra la sección de interés simple y regresa a la pantalla menú principal

Formula empleadas para realizar los cálculos.

Ejemplo a partir de los siguientes datos:

Supongamos que inviertes \$125,545.12 a una tasa del 7.5% anual capitalizable mensualmente a un plazo de tres años.

Aplicación de la fórmula para obtener el Interés Compuesto (S):

$$S = P(1 + \frac{i}{m})^n$$
$$S = \$125,545.12(1 + \frac{0.075}{12})^{36}$$
$$S = \$125,545.12(1 + 0.00625)^{36}$$
$$S = \$125,545.12(1.25144613)$$
$$S = \$157,112.95$$

La comprobación en el simulador

Interes Compuesto

El interés compuesto representa el costo del dinero, beneficio o utilidad de un capital Inicial (PV) o principal a una tasa de interés (i) durante un período (n), en el cual los intereses que se obtienen al final de cada período de inversión no se retiran sino que se reinvierten o añaden al capital inicial, es decir, se capitalizan.

Obtener Interes Compuesto

Capital (P)	125545.12
Tasa de Interés (i)	0.075
Plazo (n)	36
m	12

Interes Compuesto (S) 157112.955256692

Calcular

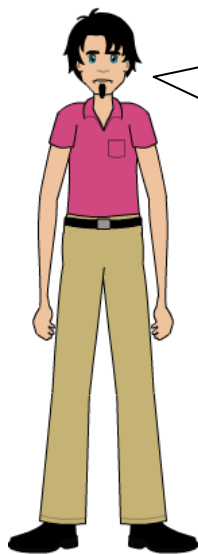
CERRAR

$$S = P\left(1 + \frac{i}{m}\right)^n$$

2.1.5. A manera de repaso general

INTERES COMPUESTO

Problema 1.-



Utilizando la siguiente fórmula para
calcular el Monto con Interés Compuesto

$$S = P \left(1 + \frac{i}{m} \right)^n$$

Conociendo estos Datos:

P(Capital) = \$150,000.00
i(Tasa de Interés) = 6.5% anual
n(Plazo) = 3 meses

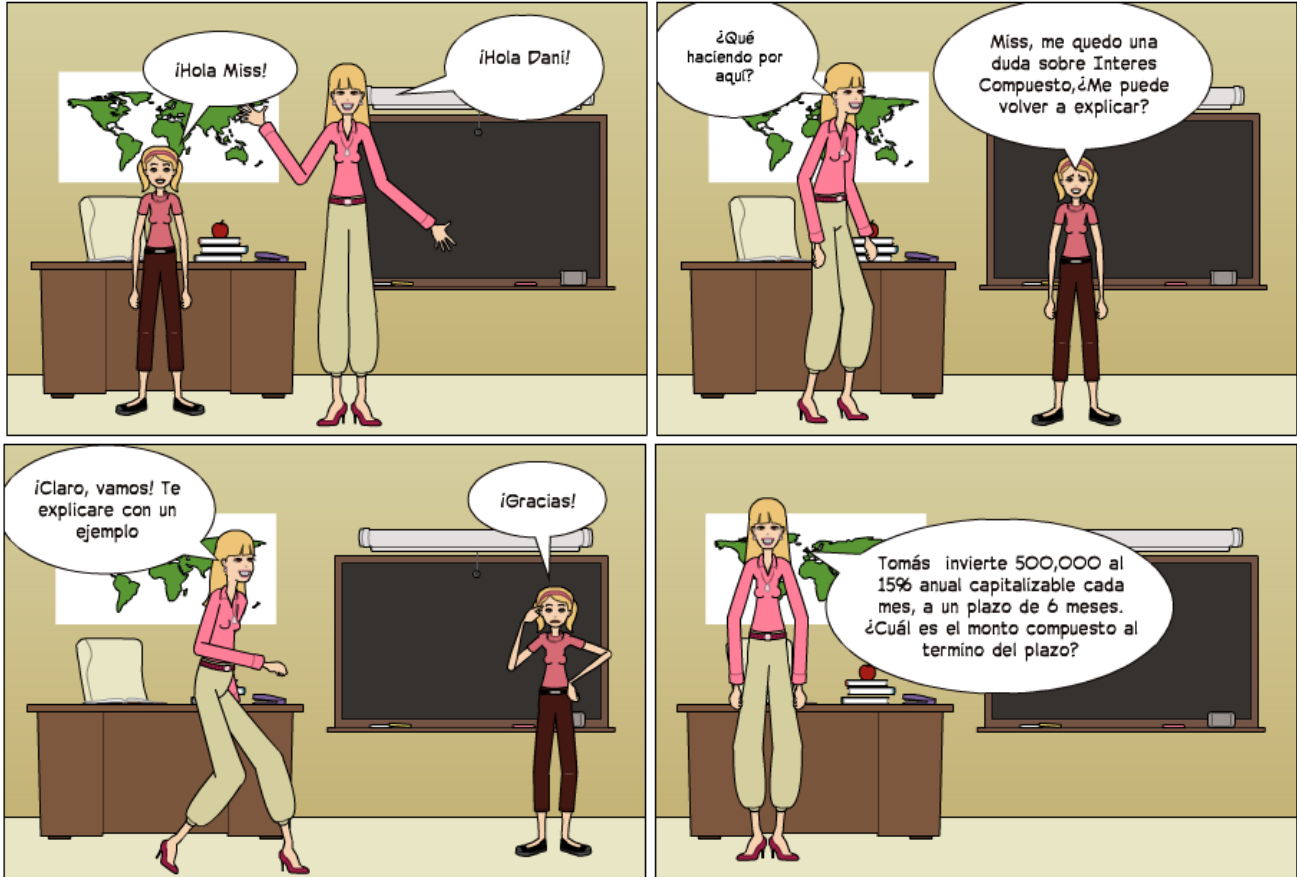
Sustituyendo los Datos en la
fórmula:

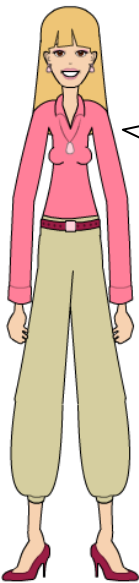
$$S = \$150,000 \left(1 + \frac{0.065}{12} \right)^3$$

$$S = \$150,000 (1.01633818)$$

$$S = \$152,450.727$$

Problema 2.-





Utilizando la siguiente fórmula para calcular el Monto con Interés Compuesto

$$S = P\left(1 + \frac{i}{m}\right)^n$$

Sustituyendo los Datos en la fórmula:

$$S = \$500,000\left(1 + \frac{0.15}{12}\right)^6$$

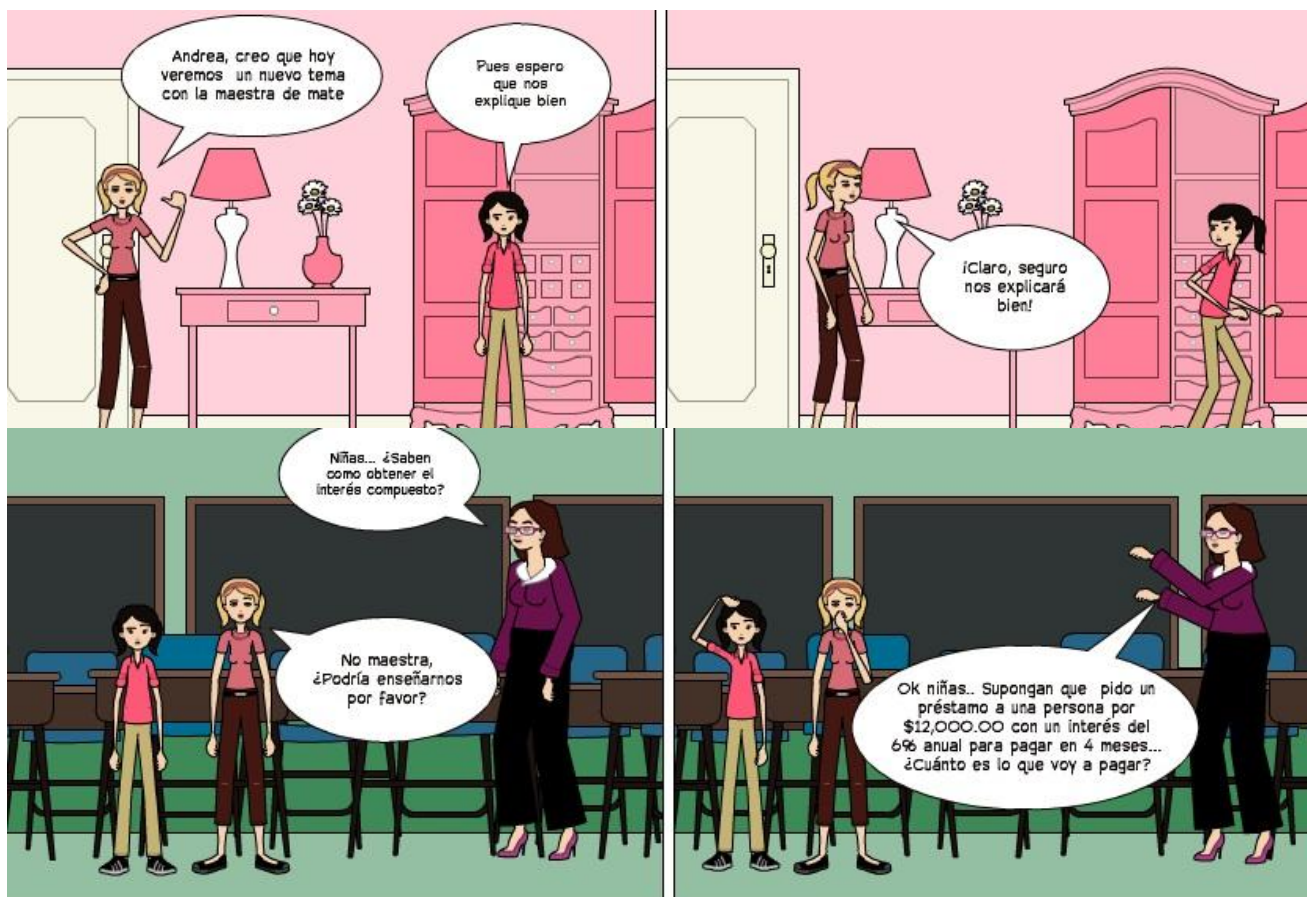
$$S = \$500,000(1.07383181)$$

$$S = \$538,691.5903$$

Conociendo estos Datos:

P(Capital) = \$500,000.00
i(Tasa de Interés) = 15% anual
n(Plazo) = 6 meses

Problema 3.-



Utilizando la siguiente fórmula para calcular el Monto con Interés Compuesto

$$S = P\left(1 + \frac{i}{m}\right)^n$$

Conociendo estos Datos:

P(Capital) = \$12,000.00

i(Tasa de Interés) = 6% anual

n(Plazo) = 4 meses

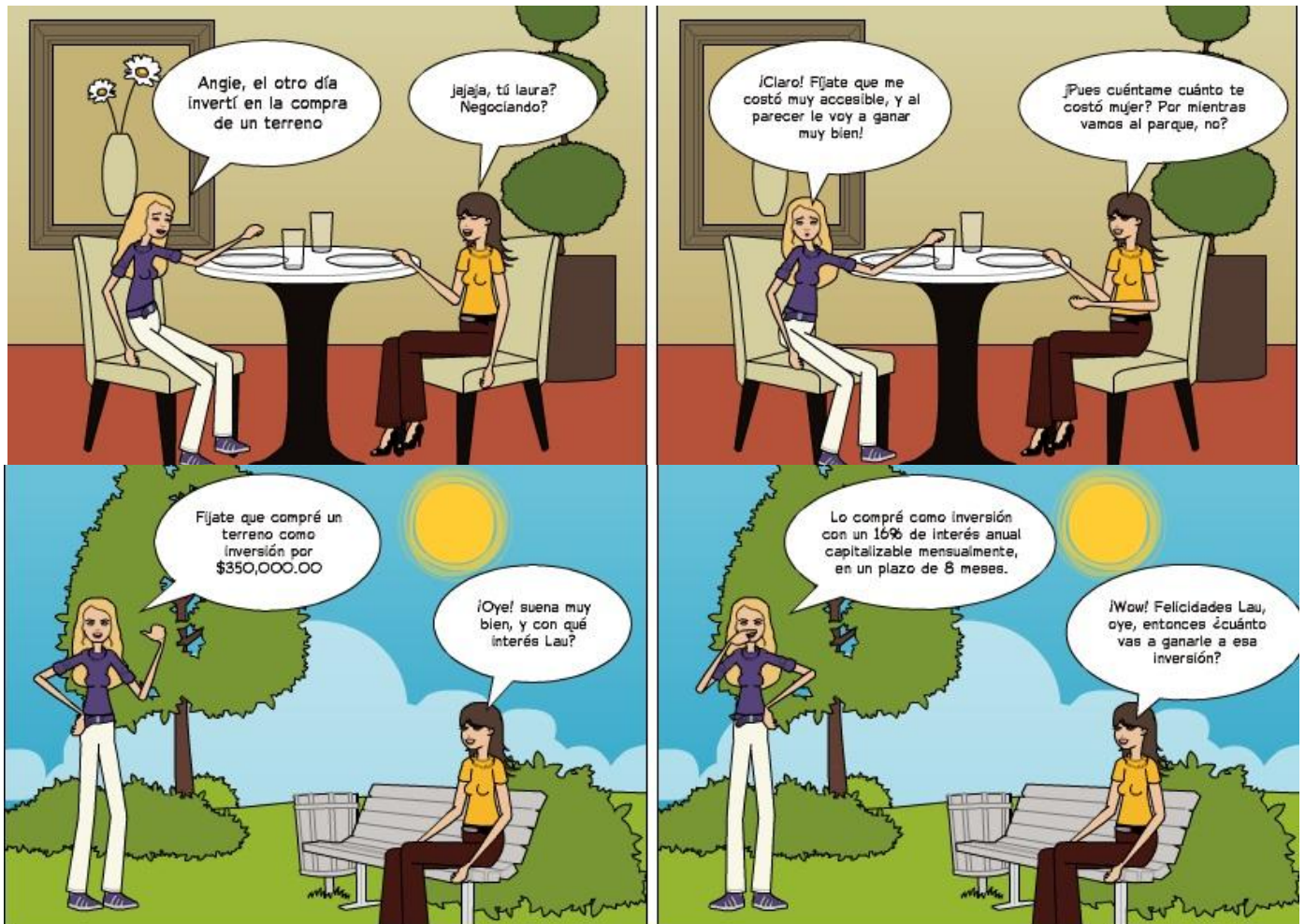
Sustituyendo los Datos en la fórmula:


$$S = \$12,000\left(1 + \frac{0.06}{12}\right)^4$$

$$S = \$12,000(1.020150501)$$

$$S = \$12,241.80$$

Problema 4.-





Utilizando la siguiente fórmula para calcular el Monto con Interés Compuesto

$$S = P\left(1 + \frac{i}{m}\right)^n$$

Conociendo estos Datos:

P(Capital) = \$350,000.00
i(Tasa de Interés) = 16% anual
n(Plazo) = 8 meses

Sustituyendo los Datos en la fórmula:

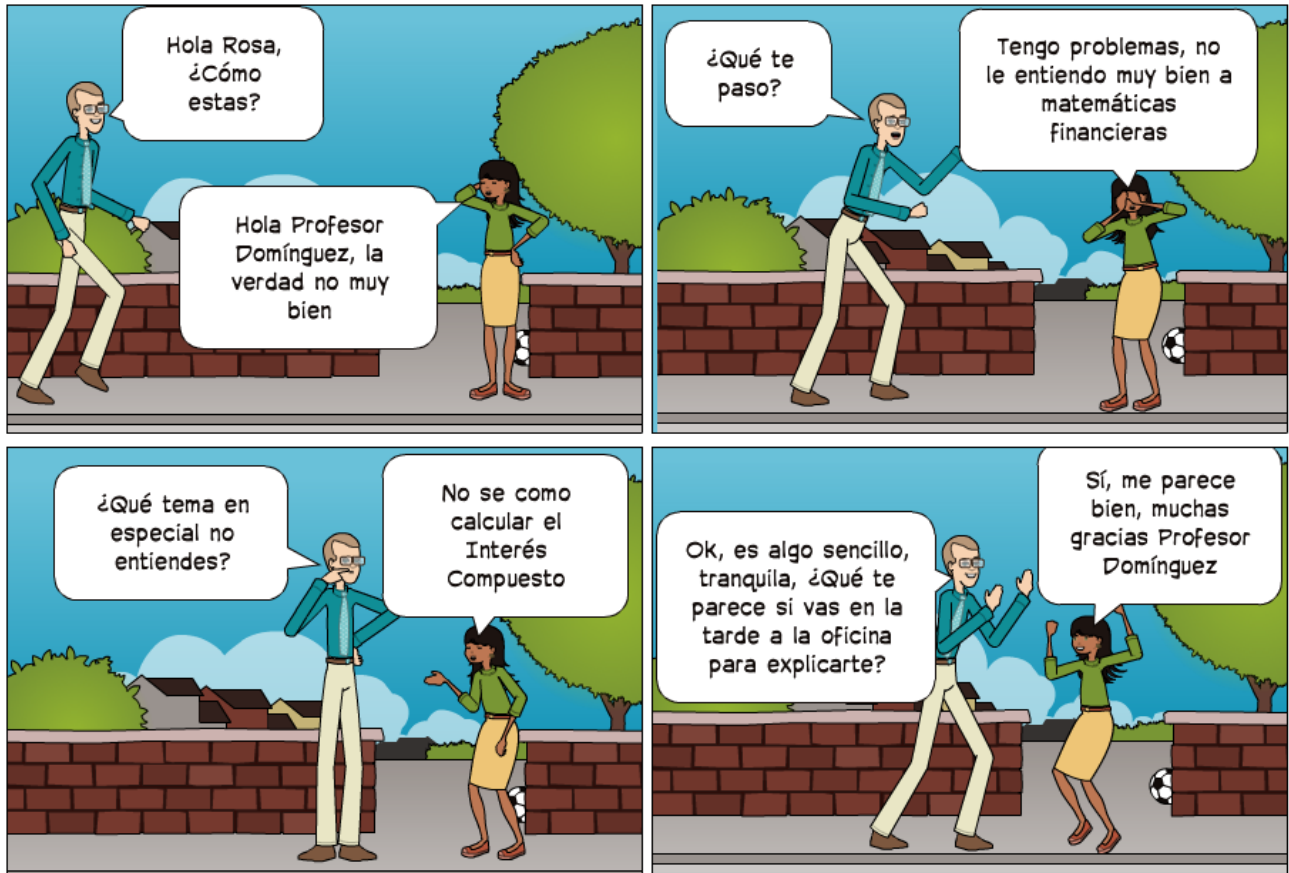
$$S = 350,000\left(1 + \frac{0.16}{12}\right)^8$$

$$S = 350,000(1.111779421)$$

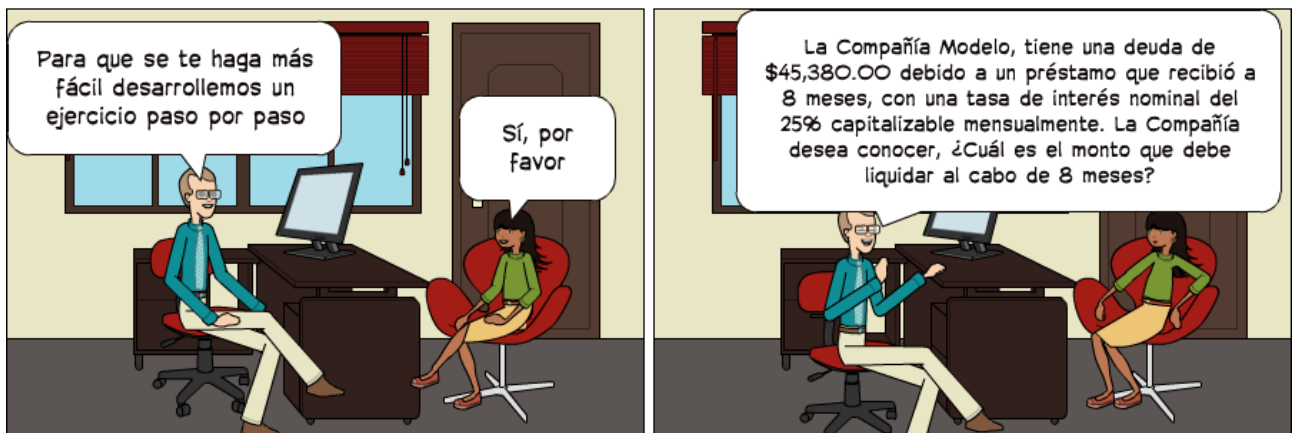
$$S = 389.122.80$$

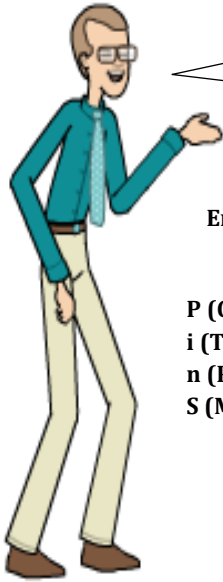
Problema 5.-

Una tarde en el vecindario...



Más tarde en la oficina de el Profesor Domínguez...





La fórmula que necesitamos para calcular el monto capitalizable cuando es interés compuesto es la siguiente:

$$S = P(1 + i)^n$$

En el problema se puede identificar algunos datos como:

P (Capital)= \$475,380.00

i (Tasa de Interés)= .25/12 meses= 0.020833333

n (Plazo)= 8 meses

S (Monto)=?

El siguiente paso es sustituir los datos que tenemos en la fórmula:

$$S = \$475,380.00(1 + 0.020833333)^8$$

$$S = \$475,380.00(1.020833333)^8$$

$$S = \$475,380.00(1.179339219)$$

$$S = \$560,634.28$$

Problema 6.-



La fórmula que se utiliza para calcular el monto acumulado a interés compuesto en un periodo, en este caso de 7 meses es:

$$S = P(1 + i)^n$$

Primero se tienen que Identificar los datos, teniendo como:

P (Capital)= \$50,000.00
i (Tasa de interés)= .035/12 meses=
 0.002916666
n (Plazo)= 7 meses
S (Monto)=?

El siguiente paso es sustituir los datos en la fórmula:

$$S = \$50,000.00(1 + 0.002916666)^7$$

$$S = \$50,000.00(1.002916667)^7$$


$$S = \$50,000.00(1.020596183)$$

$$S = \$51,029.81$$

Por lo tanto, un depósito de \$50,000.00 rendirá \$1,029.81 de interés y acumulará un monto de \$51,029.81 al cabo de 7 meses.



0



Si la caja te diera una tasa de interés de 30% anual capitalizable mensualmente, durante 7 meses se utiliza la misma fórmula:

$$S = P(1 + i)^n$$

Como se hizo anteriormente primero se debe identificar los datos con los que contamos:

P (Capital)= \$50,000.00
i (Tasa de Interés)= .30/12 meses= 0.025
n (Plazo)= 7 meses
S (Monto)=?

Al sustituir los datos dentro de la fórmula queda de la siguiente manera:

$$S = \$50,000.00(1 + 0.025)^7$$

$$S = \$50,000.00(1.025)^7$$

$$S = \$50,000.00(1.188685754)$$

$$S = \$59,434.29$$

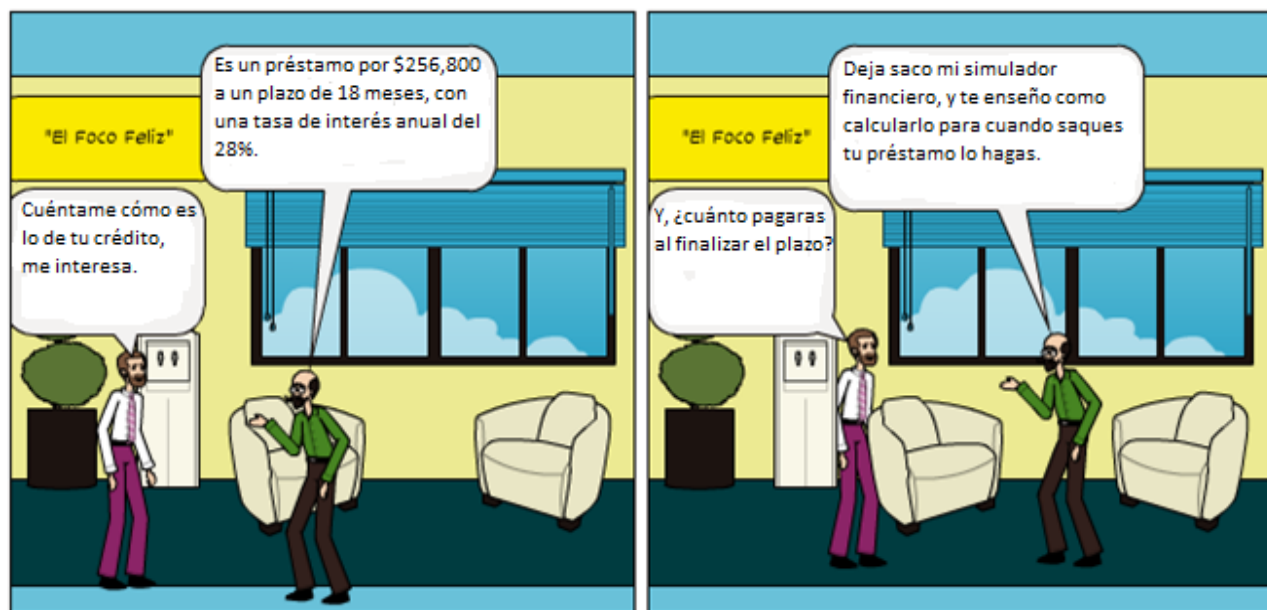
La diferencia que existe entre el monto con una tasa de interés del 30% que es de \$59,434.29 y el monto con la tasa de interés original de \$51,029.81, la diferencia que existe entre estas dos cantidades es de \$8,404.48, el cual constituye la utilidad de la caja de ahorro

Problema 7.-

En la ciudad de México. Pablo y Pedro se encontraron en la calle...



Pedro invitó a pablo a su oficina para explicarle lo del crédito que tramitaría...





Utilizando la siguiente fórmula para calcular el Monto con Interés Compuesto

$$S = P\left(1 + \frac{i}{m}\right)^n$$

Datos:

P (Capital) = \$256,800.00

i (Tasa de Interés) = 28%

n (Plazo) = 18 meses = 1.5 años

S (Monto) = ?

En la cual sustituimos:

$$S = 256,800\left(1 + \frac{0.28}{12}\right)^{18}$$

$$S = 256,800(1.51464)$$

$$S = \$388,958.43$$

Problema 8.-

La mañana del Domingo Martha salió a pasear su perro, y se encontró a Paco su amigo de la infancia.



Paco le invito un café a Martha para explicarle lo del crédito...



Utilizando la siguiente fórmula para
calcular el Monto con Interés Compuesto

$$S = P\left(1 + \frac{i}{m}\right)^n$$

Datos:

P (Capital) = \$178,572.00

i (Tasa de Interés) = 0.24

n (Plazo) = 13 meses

S (Monto) = ?

En la cual sustituimos:

$$S = 178,572\left(1 + \frac{0.24}{12}\right)^{13}$$

$$S = 178,572(1.293607)$$

$$S = \mathbf{\$231,001.99}$$



ECUACIONES EQUIVALENTES

Problema 1.-





Su condición actual es la siguiente:

Tasa de Interés Semestral del 13%

$fe_1 = \$6,000.00$ (Vencido hace 4 meses)

$fe_2 = \$3,500.00$ (Vencido hace 1 mes)

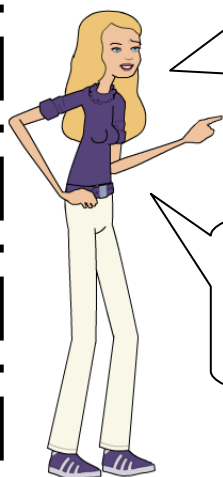
$fe_3 = \$2,700.00$ (Vence en 3 meses)

$fe_4 = \$500.00$ (Vence en 6 meses)

Considerando dos incógnitas:

¿Cuál es su deuda al día de hoy por sus plazos vencidos y sus cuentas pendientes?

¿Cuál sería el pago mensual que ella realizara reestructurando su deuda?



Para realizar ese cálculo ejemplificaremos lo que tenemos que hacer:

*Necesitamos traer al día de hoy o fecha Focal los montos de las deudas vencidas:

$fe_1 = \$6,000.00$ (Vencido hace 4 meses)

$fe_2 = \$3,500.00$ (Vencido hace 1 mes)

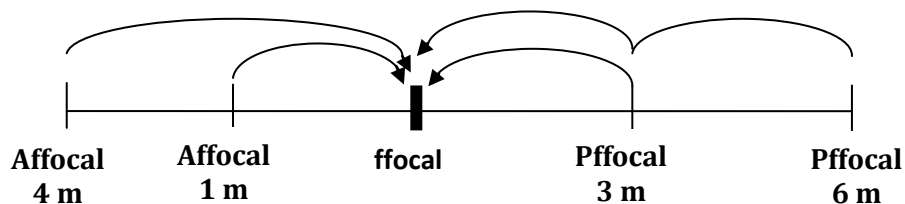
De los plazos que están por vencer necesitamos igual traerlos al día de hoy o Fecha Focal, ya que si ella pagara hoy esas cuentas existiría un ahorro por los intereses no devengados:

$fe_3 = \$2,700.00$ (Vence en 3 meses)

$fe_4 = \$500.00$ (Vence en 6 meses)



Dibujamos el estado de nuestra deuda, aplicando el método de "Brinca la Tablita" (Capitalización)

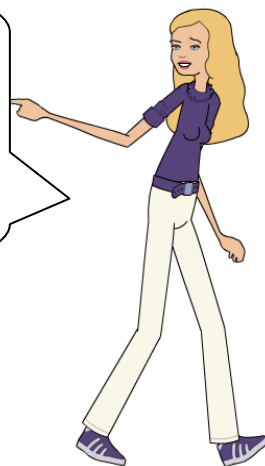


Para hacer esos cálculos utilizaremos la fórmula de:

Valor Esquema Original = Veo

Con la cual podemos traer las cantidades o cuentas vencidas al valor presente.

$$V_{EO} = \sum_{i=n} f e_{1aff} \left(1 + \frac{i}{m}\right)^n + f e_{2aff} \left(1 + \frac{i}{m}\right)^n + f e_{ff} + \sum_{i=n} \frac{f e_{i_pff}}{\left(1 + \frac{i}{m}\right)^n}$$



Sustituyendo los valores de cada una de las cuentas, nos quedaría de la siguiente forma:

$$V_{EO} = 6,000 \left(1 + \frac{.13}{6}\right)^4 + 3,500 \left(1 + \frac{.13}{6}\right)^2 + \frac{2700}{\left(1 + \frac{.13}{6}\right)^2} + \frac{500}{\left(1 + \frac{.13}{6}\right)^2} =$$

$$V_{EO} = 6,000 (1.08952423) + 3,500 (1.021666666) + \frac{2700}{(1.06641850)} + \frac{500}{(1.13724842)} =$$

$$V_{EO} = 6,537.14538 + 3,575.83331 + 2,531.839048 + 439.6576783 =$$

Este resultado es el valor del total de la deuda en la Fecha Focal.

$$V_{EO} = 13,084.48$$



Para conocer el monto de las nuevas mensualidades iguales necesitamos conocer el factor.

$$y = \frac{13,084.48}{\text{factor}}$$

Para conocer ese factor necesitamos el nuevo esquema en el que Hermelinda cubrirá sus deudas.

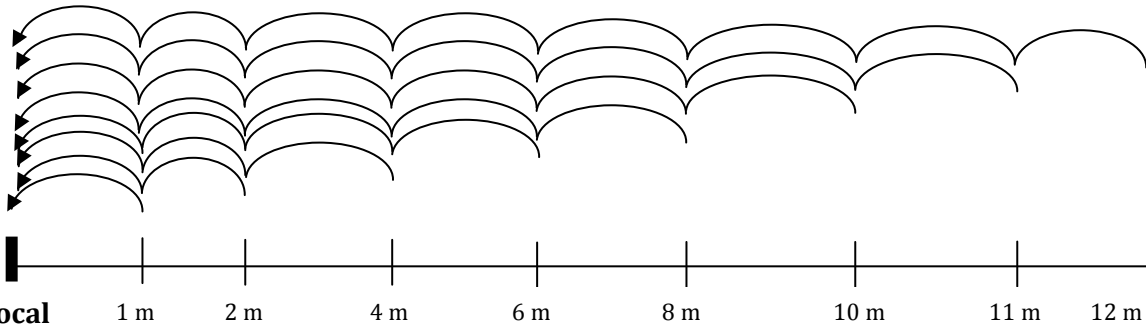




El banco accede a esa reestructura cambiándole una nueva tasa de interés semestral:

**Reestructura:
Tasa de Interés Semestral del 15%**

- 1° pago = 1 mes
- 2° pago = 2 meses
- 3° pago = 4 meses
- 4° pago = 6 meses
- 5° pago = 8 meses
- 6° pago = 10 meses
- 7° pago = 11 meses
- 8° pago = 12 meses



focal

1 m

2 m

4 m

6 m

8 m

10 m

11 m

12 m



La fórmula que utilizaremos será de Valor Esquema Nuevo:

$$V_{EN} = \sum_{i=1}^n X_{1-n} = \sum_{i=1}^n \frac{X_i}{\left(1 + \frac{i}{m}\right)^n}$$

Para conocer el monto de cada pago que se realizara en la nueva fecha acordada.



Sustituyendo los valores nos quedaría de la siguiente forma:

$$V_{2N} = \frac{X_1}{\left(1 + \frac{.15}{6}\right)^1} + \frac{X_2}{\left(1 + \frac{.15}{6}\right)^2} + \frac{X_3}{\left(1 + \frac{.15}{6}\right)^3} + \frac{X_4}{\left(1 + \frac{.15}{6}\right)^4} + \frac{X_5}{\left(1 + \frac{.15}{6}\right)^5} + \frac{X_6}{\left(1 + \frac{.15}{6}\right)^6} + \frac{X_7}{\left(1 + \frac{.15}{6}\right)^7} + \frac{X_8}{\left(1 + \frac{.15}{6}\right)^8}$$

$$V_{2N} = \frac{X_1 = 1}{(1.025)} + \frac{X_2 = 1}{(1.050625)} + \frac{X_3 = 1}{(1.103812891)} + \frac{X_4 = 1}{(1.159693418)} + \frac{X_5 = 1}{(1.218402898)}$$

$$+ \frac{X_6 = 1}{(1.280084544)} + \frac{X_7 = 1}{(1.312086658)} + \frac{X_8 = 1}{(1.344888824)} =$$

$$V_{2N} = 0.97560975 + 0.95181439 + 0.90595064 + 0.86229686 + 0.82074657 + 0.78119840 + 0.76214478 + 0.74378117$$

El Factor resultante es:

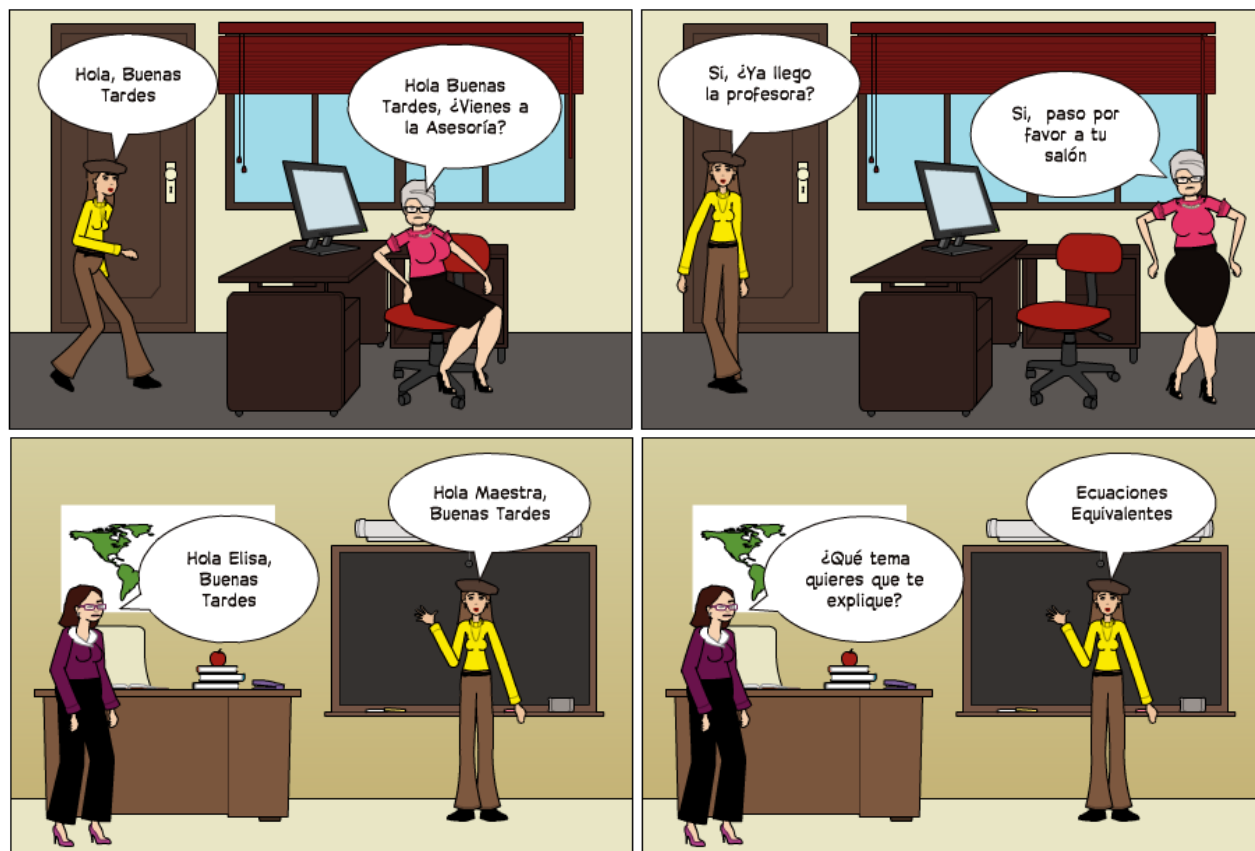
$$V_{2N} = 6.8033173$$



Ahora que ya conocemos el factor, podemos conocer el monto de las mensualidades nuevas, para los nuevos plazos reestructurados.

$$y = \frac{13,084.48}{6.8033173} = 1,923.25$$

Problema 2.-





Su condición actual es la siguiente:

Tasa de Interés es del 8%

$fe_1 = \$2,500.00$ (Vencido hace 3 meses)

$fe_2 = \$1,380.00$ (Vence en 1 mes)

$fe_3 = \$1,198.00$ (Vence en 4 meses)

Considerando dos incógnitas:

¿Cuál es su deuda al día de hoy por sus plazos vencidos y sus cuentas pendientes?

¿Cuál sería el pago mensual que él realizara reestructurando su deuda?



Para realizar ese cálculo ejemplificaremos lo que tenemos que hacer:

*Necesitamos traer al día de hoy o fecha Focal los montos de las deudas vencidas:

$fe_1 = \$2,500.00$ (Vencido hace 3 meses)

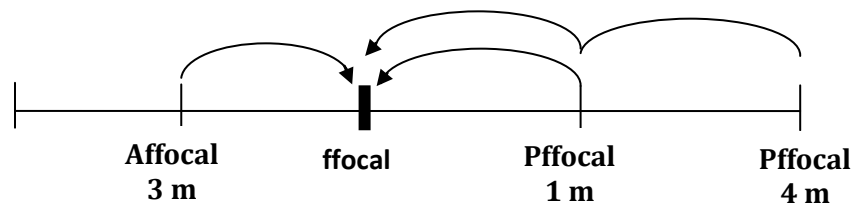
De los plazos que están por vencer necesitamos igual traerlos al día de hoy o Fecha Focal, ya que si él pagara hoy esas cuentas existiría un ahorro por los intereses no devengados:

$fe_2 = \$1,380.00$ (Vence en 3 meses)

$fe_3 = \$1,198.00$ (Vence en 6 meses)



Dibujamos el estado de nuestra deuda, aplicando el método de "Brinca la Tablita" (Capitalización)



Para hacer esos cálculos utilizaremos la fórmula de:

Valor Esquema Original = Veo
Con la cual podemos traer las cantidades o cuentas vencidas al valor presente.

$$V_{EO} = \sum_{i=n} f e_{1aff} \left(1 + \frac{i}{m}\right)^n + f e_{2aff} \left(1 + \frac{i}{m}\right)^n + f e_{ff} + \sum_{i=n} \frac{f e_{i_pff}}{\left(1 + \frac{i}{m}\right)^n}$$



Sustituyendo los valores de cada una de las cuentas, nos quedaría de la siguiente forma:

$$V_{EO} = \$2,500 \left(1 + \frac{0.08}{12}\right)^3 + \frac{\$1,380}{\left(1 + \frac{0.08}{12}\right)^1} + \frac{\$1,198}{\left(1 + \frac{0.08}{12}\right)^4} =$$

$$V_{EO} = \$2,500(1.02013363) + \frac{\$1,380}{(1.006666667)} + \frac{\$1,198}{(1.02693452)} =$$

$$V_{EO} = \$2,550.334075 + \$1,370.860927 + \$1,116.578761 =$$

Este resultado es el valor del total de la deuda en la Fecha Focal.

$$V_{EO} = \$5,087.773763$$



Para conocer el monto de las nuevas mensualidades iguales necesitamos conocer el factor.

$$y = \frac{\$5,087.773763}{\text{factor}}$$

Para conocer ese factor necesitamos el nuevo esquema en el que Juan cubrirá sus deudas.

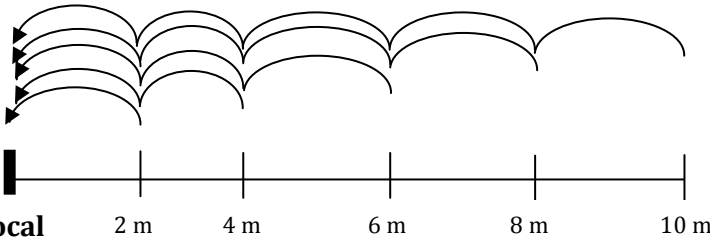




El banco accede a esa reestructura cambiándole una nueva tasa de interés:

**Reestructura:
Tasa de Interés es del 12%**

- 1° pago = 2 meses
- 2° pago = 4 meses
- 3° pago = 6 meses
- 4° pago = 8 meses
- 5° pago = 10 meses



La fórmula que utilizaremos será de Valor Esquema Nuevo:

$$V_{EN} = \sum_{i=1}^n X_{1...n} = \sum_{i=1}^n \frac{X_i}{\left(1 + \frac{i}{m}\right)^n}$$

Para conocer el monto de cada pago que se realizará en la nueva fecha acordada.



Sustituyendo los valores nos quedaría de la siguiente forma:

$$V_{EN} = \frac{X_1}{\left(1 + \frac{.12}{12}\right)^2} + \frac{X_2}{\left(1 + \frac{.12}{12}\right)^4} + \frac{X_3}{\left(1 + \frac{.12}{12}\right)^6} + \frac{X_4}{\left(1 + \frac{.12}{12}\right)^8} + \frac{X_5}{\left(1 + \frac{.12}{12}\right)^{10}} =$$

$$V_{EN} = \frac{X_1 = 1}{(1.0201)} + \frac{X_2 = 1}{(1.04060401)} + \frac{X_3 = 1}{(1.061520151)} + \frac{X_4 = 1}{(1.082856706)} + \frac{X_5 = 1}{(1.104622125)} =$$

$$V_{EO} = 0.9802960494 + 0.9609803445 + 0.9420452349 + 0.9234832222 + 0.905286955 =$$

El Factor resultante es:

$$V_{EO} = 4.71201806$$



Ahora que ya conocemos el factor, podemos conocer el monto de las mensualidades nuevas, para los nuevos plazos reestructurados.

$$y = \frac{\$5,087.773763}{4.71201806} = \$1,079.727215$$

Problema 3.-



Su condición actual es la siguiente:

Tasa de Interés Anual del 43.89%

$fe_1 = 1,985.00$ (Vencido hace 80 días)
 $fe_2 = 5,858.00$ (Vencido hace 45 días)
 $fe_3 = 3,750.00$ (Vencido hace 20 días)
 $fe_4 = 2,908.00$ (Vence en 3 meses)
 $fe_5 = 4,152.00$ (Vence en 7 meses)
 $fe_6 = 940.00$ (Vence en 8 meses)
 $fe_7 = 10,740.00$ (Vence en 10 meses)

Considerando dos incógnitas:

¿Cuál es su deuda al día de hoy por sus plazos vencidos y sus cuentas pendientes?

¿Cuál sería el pago mensual que ella realizara reestructurando su deuda?



Para realizar ese cálculo ejemplificaremos lo que tenemos que hacer:

*Necesitamos traer al día de hoy o fecha Focal los montos de las deudas vencidas :

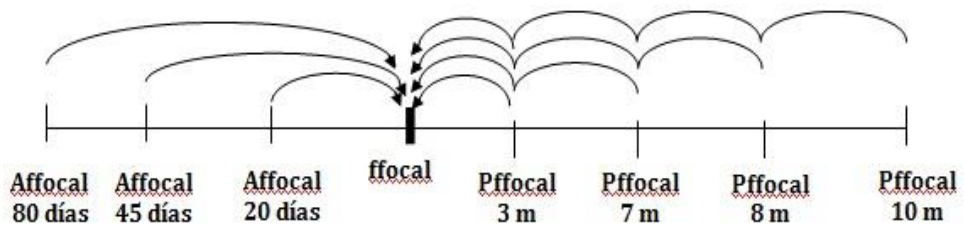
- $fe_1 = 1,985.00$ (Vencido hace 80 días)
- $fe_2 = 5,858.00$ (Vencido hace 45 días)
- $fe_3 = 3,750.00$ (Vencido hace 20 días)

De los plazos que están por vencer necesitamos igual traerlos al día de hoy o Fecha Focal, ya que si Juan pagara hoy esas cuentas existiría un ahorro por los intereses no devengados:

- $fe_4 = 2,908.00$ (Vence en 3 meses)
- $fe_5 = 4,152.00$ (Vence en 7 meses)
- $fe_6 = 940.00$ (Vence en 8 meses)
- $fe_7 = 10,740.00$ (Vence en 10 meses)



Dibujamos el estado de nuestra deuda, aplicando el método de "Brinca la Tablita" (Capitalización)



Para hacer esos cálculos utilizaremos la formula de:

Valor Esquema Original = Veo
 Con la cual podemos traer las cantidades o cuentas vencidas al valor presente.

$$V_{EO} = \sum_{1=n} f e_{1aff} \left(1 + \frac{i}{m}\right)^n + f e_{2aff} \left(1 + \frac{i}{m}\right)^n + f e_{ff} + \sum_{1=n} \frac{f e_{pff}}{\left(1 + \frac{i}{m}\right)^n}$$



Sustituyendo los valores de cada una de las cuentas, nos quedaría de la siguiente forma:

$$V_{EO} = 1,985 \left(1 + \frac{.4389}{12}\right)^{2.63} + 5,858 \left(1 + \frac{.4389}{12}\right)^{1.48} + 3,750 \left(1 + \frac{.4389}{12}\right)^{.66}$$

$$V_{EO} = 1,985(1.09908156) + 5,858(1.05460319) + 3,750(1.02399181)$$

$$+ \frac{2,908}{(1.11378712)} + \frac{4,152}{(1.28589383)} + \frac{940}{(1.33292539)} + \frac{10,740}{(1.43221199)} =$$

$$V_{EO} = 2,181.676897 + 6,177.865487 + 3,839.969288 + 2,610.911859 + 3,228.882434 + 7,498.889882 =$$

Nuestro Valor Actual de la deuda es:

$$V_{EO} = 26, 243. 41$$



Para conocer el monto de las nuevas mensualidades iguales necesitamos conocer el factor.

$$y = \frac{26,243.41}{\text{factor}}$$

Para conocer ese factor necesitamos el nuevo esquema en el que Juanito cubrirá sus deudas.

Sustituyendo los valores nos quedaría de la siguiente forma:



$$V_{EN} = X_0 + \frac{X_1}{\left(1 + \frac{.65}{12}\right)^{.82}} + \frac{X_2}{\left(1 + \frac{.65}{12}\right)^{1.64}} + \frac{X_3}{\left(1 + \frac{.65}{12}\right)^{2.63}} + \frac{X_4}{\left(1 + \frac{.65}{12}\right)^4} + \frac{X_5}{\left(1 + \frac{.65}{12}\right)^{7.24}} + \frac{X_6}{\left(1 + \frac{.65}{12}\right)^{10}}$$

$$V_{EN} = X_0 = 1 + \frac{X_1 = 1}{(1.04420462)} + \frac{X_2 = 1}{(1.09036328)} + \frac{X_3 = 1}{(1.1488846)} + \frac{X_4 = 1}{(1.23491515)} + \frac{X_5 = 1}{(1.46508622)} + \frac{X_6}{(1.69)}$$

$$V_{EO} = 1 + 0.95766671 + 0.91712553 + 0.87045955 + 0.80977223 + 0.6825369 + 0.59007499 =$$

El Factor resultante es :

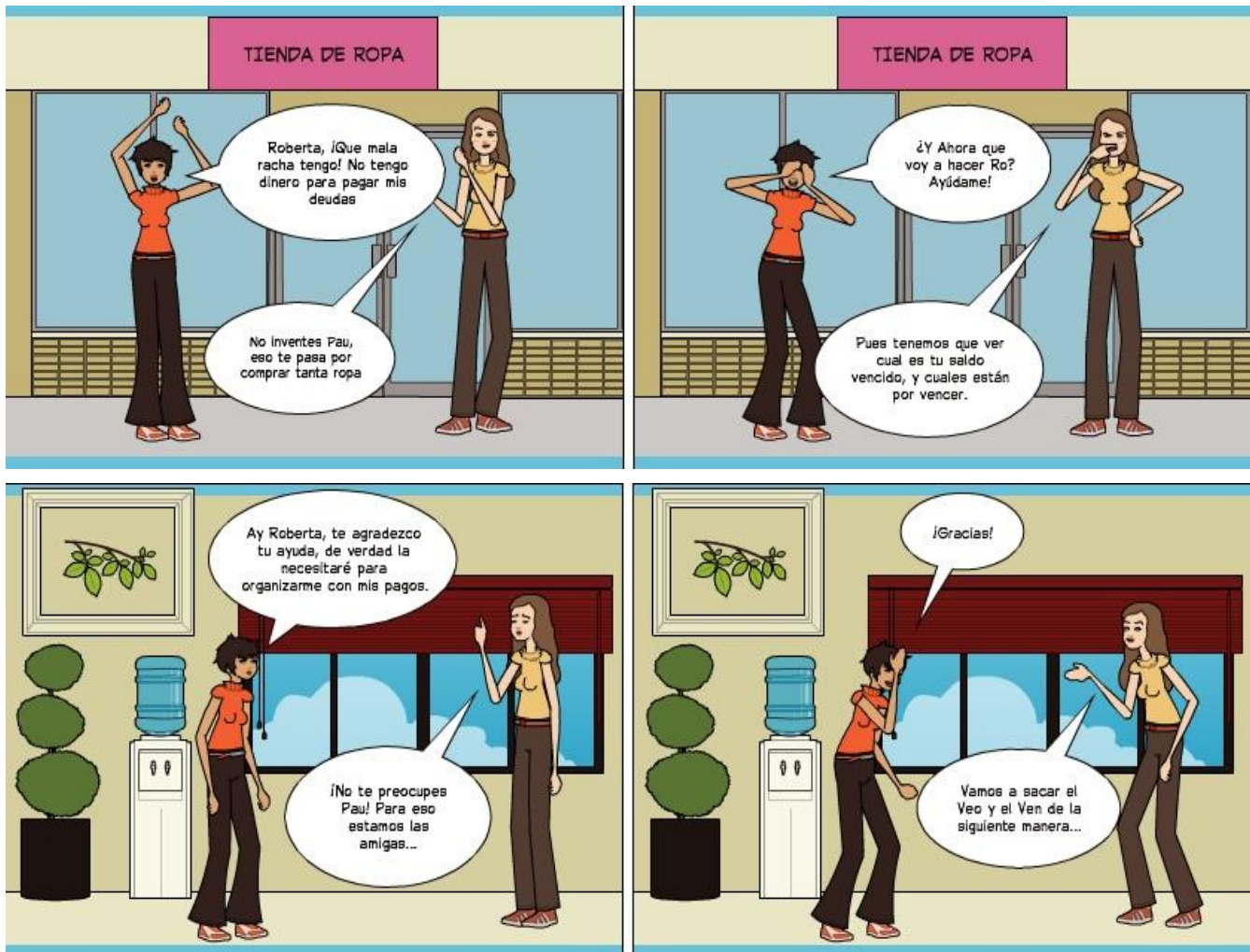
$$V_{EO} = 5.827657$$



Ahora que ya conocemos el factor, podemos conocer el monto de las mensualidades nuevas, para los nuevos plazos reestructurados.

$$y = \frac{26,243.41}{5.827657} = 4,503.26$$

Problema 4.-



La condición actual de Paulina es la siguiente:

Tasa de Interés Semestral del 15%

$fe_1 = 2,000.00$ (Vencido hace 6 meses)

$fe_2 = 1,500.00$ (Vencido hace 2 meses)

$fe_3 = 3,400.00$ (Vence en 2 meses)

$fe_4 = 700.00$ (Vence en 4 meses)

$Fe_5 = 300.00$ (Vence en 5 meses)

Considerando dos incógnitas:

¿Cuál es su deuda al día de hoy por sus plazos vencidos y sus cuentas pendientes?

¿Cuál sería el pago mensual que ella realizara reestructurando su

Para realizar ese cálculo ejemplificaremos lo que tenemos que hacer:

*Necesitamos traer al día de hoy o fecha Focal los montos de las deudas vencidas :

$fe_1 = 2,000.00$ (Vencido hace 6 meses)

$fe_2 = 1,500.00$ (Vencido hace 2 meses)

De los plazos que están por vencer necesitamos igual traerlos al día de hoy o Fecha Focal, ya que si ella pagara hoy esas cuentas existiría un ahorro por los intereses no devengados:

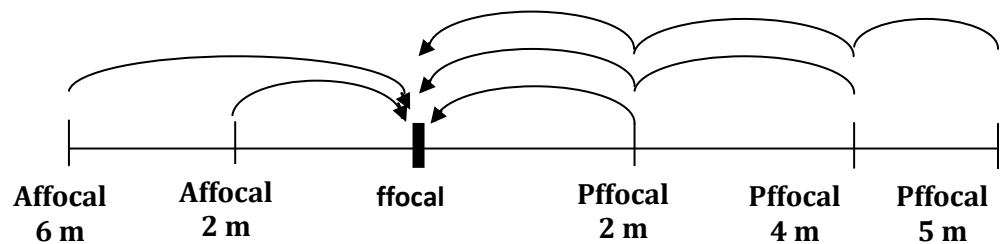
$fe_3 = 3,400.00$ (Vence en 2 meses)

$fe_4 = 700.00$ (Vence en 4 meses)

$fe_5 = 300.00$ (Vence en 5 meses)



Dibujamos el estado de la deuda de Pau, aplicando el método de "Brinca la Tablita" (Capitalización)



Para hacer esos cálculos utilizaremos la formula de:

Valor Esquema Original = Ve_o

Con la cual podemos traer las cantidades o cuentas vencidas al valor presente.

$$V_{EO} = \sum_{1=n} f e_{1aff} \left(1 + \frac{i}{m}\right)^n + f e_{2aff} \left(1 + \frac{i}{m}\right)^n + f e_{ff} + \sum_{1=n} \frac{f e_{ip}}{\left(1 + \frac{i}{n}\right)}$$



Sustituyendo los valores de cada una de las cuentas, nos quedaría de la siguiente forma:

$$V_{EO} = 2,000 \left(1 + \frac{.15}{6}\right)^6 + 1,500 \left(1 + \frac{.15}{6}\right)^2 + \frac{3400}{\left(1 + \frac{.15}{6}\right)^2} + \frac{700}{\left(1 + \frac{.15}{6}\right)^4} + \frac{300}{\left(1 + \frac{.15}{6}\right)^5} =$$

$$V_{EO} = 2,000(1.159693418) + 1,500(1.050625) + \frac{2700}{(1.050625)} + \frac{500}{(1.103812891)} + \frac{300}{(1.13140821)}$$

$$V_{EO} = 2,319.386836 + 1,575.9375 + 2,569.89887 + 452.9753222 + 265.152863 =$$

Este resultado es el valor del total de la deuda en la Fecha Focal.

$$V_{EO} = \$7,183.351391$$

Para conocer el monto de las nuevas mensualidades iguales necesitamos conocer el factor.

$$y = \frac{\$7,183.351391}{\text{factor}}$$

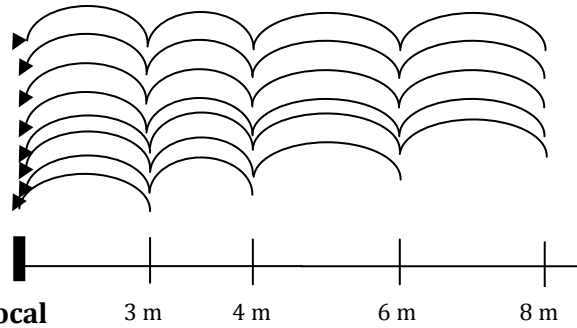
Para conocer ese factor necesitamos el nuevo esquema en el que Paulina cubrirá sus deudas.



El banco accede a esa reestructura cambiándole una nueva tasa de intereses semestral:

Reestructura:
Tasa de Interés Semestral del 17%

- 1° pago = 3 meses
- 2° pago = 4 meses
- 3° pago = 6 meses





La fórmula que utilizaremos será de Valor Esquema Nuevo:

$$V_{EN} = \sum_{i=n} X_{1...n} = \sum_{i=n} \frac{X_i}{\left(1 + \frac{i}{m}\right)^n}$$

Para conocer el monto de cada pago que se realizara en la nueva fecha acordada.

Sustituyendo los valores nos quedaría de la siguiente forma:

$$V_{EN} = \frac{X_1}{\left(1 + \frac{.17}{6}\right)^3} + \frac{X_2}{\left(1 + \frac{.17}{6}\right)^4} + \frac{X_3}{\left(1 + \frac{.17}{6}\right)^6} + \frac{X_4}{\left(1 + \frac{.17}{6}\right)^8} +$$

$$V_{EN} = \frac{X_1 = 1}{(1.087431079)} + \frac{X_2 = 1}{(1.118241626)} + \frac{X_3 = 1}{(1.182506351)} + \frac{X_4 = 1}{(1.250464334)}$$

$$V_{EO} = 0.91959851 + 0.894261112 + 0.84566142 + 0.799702936 =$$

El Factor resultante es:

$$V_{EO} = 3.459223978$$



Ahora que ya conocemos el factor, podemos conocer el monto de las mensualidades nuevas, para los nuevos plazos reestructurados.

$$y = \frac{\$7,183.351391}{3.459223978} = \$2,076.58$$

Problema 5.-

Una mañana en el parque se encuentran por casualidad Jorge y Armando...



Algunas de las condiciones o deudas que tiene Ruth al día de hoy son las siguientes:

$fe_1 = \$2,226.10$ (Vencido hace 6 meses)

$fe_2 = 1,600.40$ (Vencido hace 3 meses)

$fe_3 = 2,500.00$ (Vencido hace 25 días)

$fe_4 = 4,013.75$ (Vencido hace 8 días)

$Fe_5 = 717.00$ (Vence en 2 meses)

$Fe_6 = 9,857.00$ (Vence en 180 días)

Tasa de Interés: 8% mensual.

Se debe tomar en cuenta la siguiente incógnita:

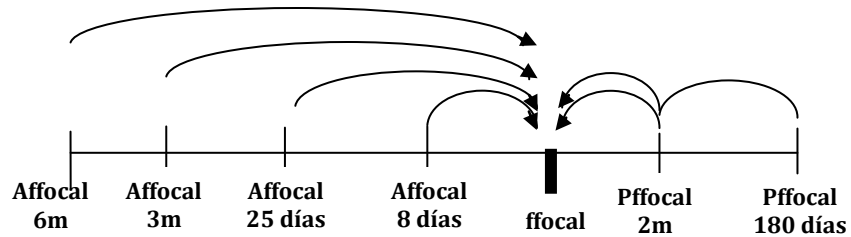
- ¿Cuál es la deuda de Ruth al día de hoy por sus plazos vencidos y sus cuentas pendientes?



El primer paso es trazar nuestra línea de tiempo o conocido también como el método de "Brinca la Tablita" (Capitalización), el cual nos servirá para comprender mejor el problema

Tabla de cálculos de días a meses

Días	Meses
25	0.82
8	0.26
180	5.92



Como vemos tiene plazos que vencen o vencieron en días, y otros en meses, para poder unificar y hacer equivalente estos cálculos, los días serán convertidos en meses, dividiendo el número de días entre 30.4 (que es el valor más aproximado a cubrir los 365 días por la variación en el número de días en los meses).



Para hacer esos cálculos utilizaremos la formula de Valor Esquema Original (VEO), con la cual podemos traer las cantidades o cuentas vencidas al valor presente.

$$V_{EO} = \sum_{i=n} f e_{i_{aff}} \left(1 + \frac{i}{m}\right)^n + f e_{ff} + \sum_{i=n} \frac{f e_{i_{pff}}}{\left(1 + \frac{i}{m}\right)^n}$$

Sustituyendo los valores queda de la siguiente forma, considerando los cálculos previos realizados para unificar todos los plazos en meses.



$$V_{EO} = 2,226.10 \left(1 + \frac{.8}{1}\right)^6 + 1,600.40 \left(1 + \frac{.8}{1}\right)^3 + 2,500.00 \left(1 + \frac{.8}{1}\right)^{.82} + 4,013.75 \left(1 + \frac{.8}{1}\right) + \frac{9,857.00}{\left(1 + \frac{.8}{1}\right)^{5.92}}$$

$$V_{EO} = 2,226.10(34.012224) + 1,600.40(5.832) + 2,500.00(1.61928560) + 4,013.75(1.16) + \frac{9,857.00}{(32.44989009)}$$

$$V_{EO} = 75,714.61185 + 9,333.5328 + 4,048.214 + 4,676.502487 + 221.2962963 + 303.76$$

El Valor Actual de la deuda es:

$$V_{EO} = 94,297.91809$$



Para conocer el monto de las nuevas mensualidades iguales necesitamos conocer el factor.

$$y = \frac{\$94,297.91809}{\text{factor}}$$

Para conocer ese factor necesitamos el nuevo esquema en el que Ruth cubrirá sus deudas.



Los pagos mensuales quedaran de la siguiente manera:

- 1° pago = 7 días
- 2° pago = 30 días
- 3° pago = 3 meses
- 4° pago = 150 días
- 5° pago = 8 meses
- 6° pago = 250 días
- 7° pago = 10 meses

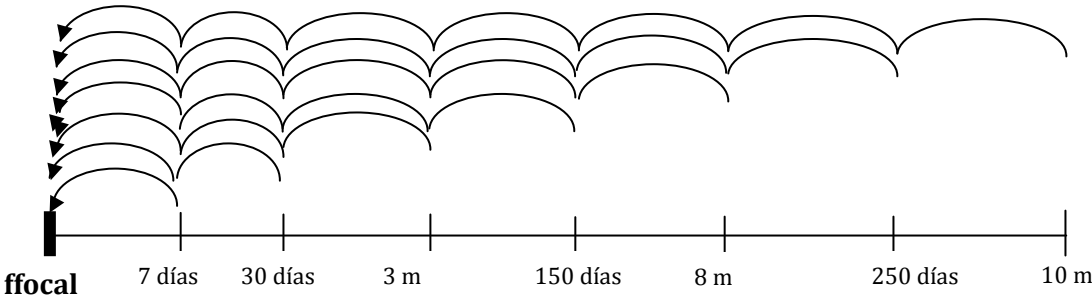
Con una tasa de interés del 12% mensual.



Primero debemos trazar nuestra línea de tiempo.

Tabla de cálculos de días a meses

Días	Meses
7	0.23
30	.99
150	4.93
250	8.22



Para calcular VEO (Valor del Esquema Nuevo) se utiliza la siguiente fórmula:

$$V_{EN} = \sum_{i=1}^n X_{1...n} = \sum_{i=1}^n \frac{X_i}{\left(1 + \frac{i}{m}\right)^n}$$

La cual no servirá para conocer el monto de cada pago que se realizara en la nueva fecha acordada.

Sustituyendo los valores de cada uno de los nuevos plazos con la nueva tasa de interés nos queda de la siguiente forma:

$$V_{EN} = X_0 + \frac{X_1}{\left(1 + \frac{.12}{1}\right)^{.23}} + \frac{X_2}{\left(1 + \frac{.12}{1}\right)^{.99}} + \frac{X_3}{\left(1 + \frac{.12}{1}\right)^3} + \frac{X_4}{\left(1 + \frac{.12}{1}\right)^{4.99}} + \frac{X_5}{\left(1 + \frac{.12}{1}\right)^8} + \frac{X_6}{\left(1 + \frac{.12}{1}\right)^{8.22}} +$$



$$V_{EN} = X_0 = 1 + \frac{X_1 = 1}{(1.02640828)} + \frac{X_2 = 1}{(1.11873144)} + \frac{X_3 = 1}{(1.404928)} + \frac{X_4 = 1}{(1.74841632)} + \frac{X_5 = 1}{(2.47596318)} + \frac{X_6 = 1}{(3.105848208)} + \frac{X_7 = 1}{(3.105848208)}$$

$$V_{EN} = 1 + 0.97427117 + 0.89386958 + 0.711178025 + 0.57194616 + 0.40388323 + 0.39393798 +$$

El Factor resultante es:

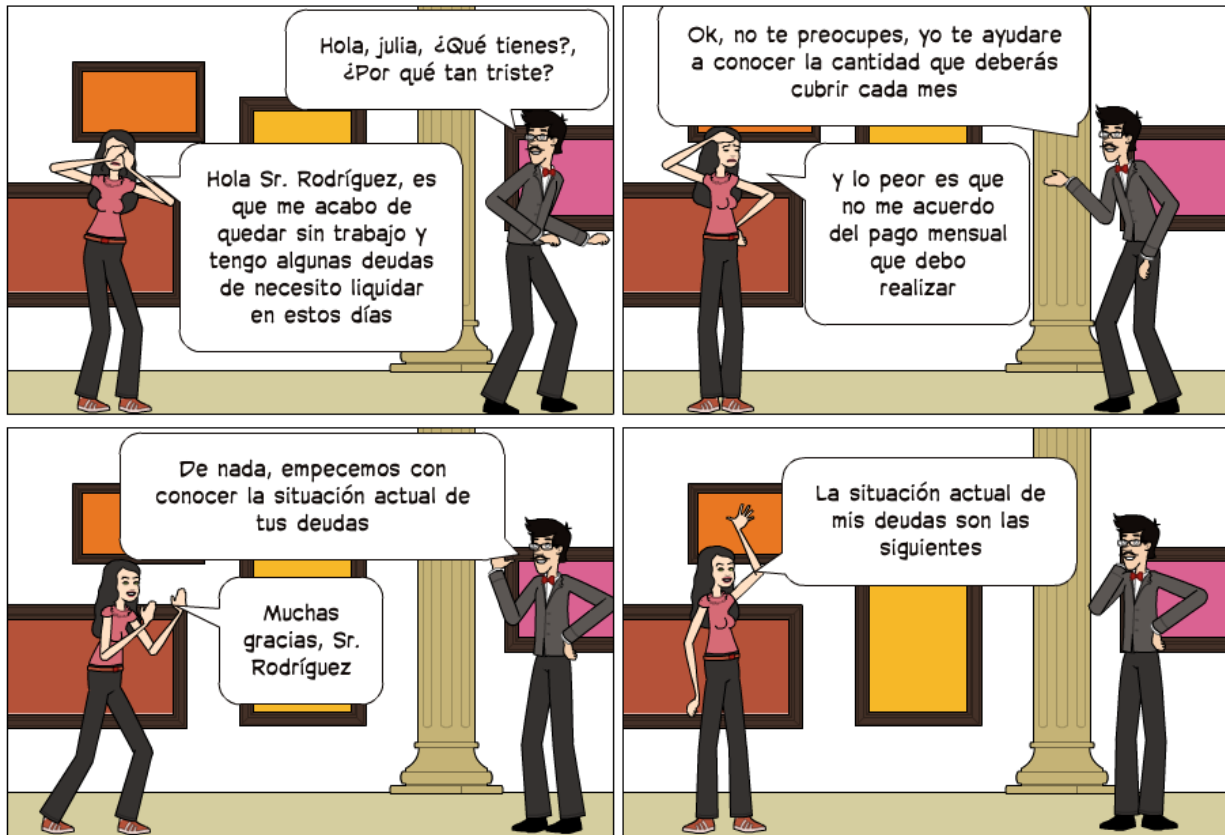
$$V_{EN} = 5.27166161$$

El monto de las mensualidades nuevas, para los nuevos plazos reestructurados será de:

$$y = \frac{\$94,297.91809}{5.27166161} = \$17,887.70317$$

Problema 6.-

Un día en el museo se encuentran el señor Rodríguez y Julia...



$fe_1 = \$1,200.00$ (Vencido hace 120 días)
 $fe_2 = \$3,450.00$ (Vencido hace 34 días)
 $fe_3 = 2,750.00$ (Vence en 2 meses)
 $fe_4 = 900.00$ (Vence en 3 meses)

Tasa de Interés: 25% anual.

Se debe tomar en cuenta la siguiente incógnita:

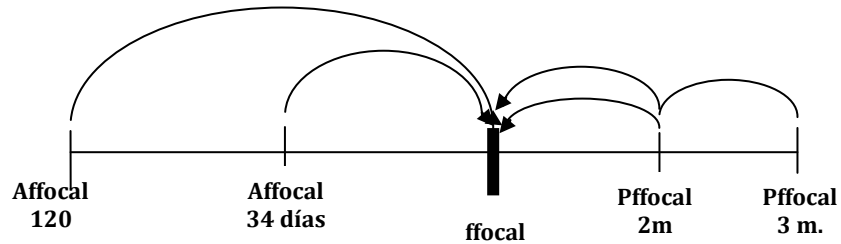
- ¿Cuál es la deuda al día de hoy por sus plazos vencidos y sus cuentas pendientes?



Se debe trazar nuestra línea de tiempo o también conocido como el método de “brinca la tablita”

Tabla de cálculos de días a meses

Días	Meses
120	3.95
34	1.12



Como vemos tiene plazos que vencen o vencieron en días, y otros en meses, para poder unificar y hacer equivalente estos cálculos, los días serán convertidos en meses, dividiendo el número de días entre 30.4 (que es el valor más aproximado a cubrir los 365 días por la variación en el número de días en los meses).



Para conocer el valor actual de tu deuda, se debe sacar VEO (Valor del Esquema Original), ya que traeremos los pagos vencidos a valor presente y los que están por vencer los traeremos a la Fecha Focal para así conocer la deuda Actual.

La fórmula para sacar Veo es:

$$V_{EO} = \sum_{1=n} f e_{1aff} \left(1 + \frac{i}{m}\right)^n + f e_{ff} + \sum_{1=n} \frac{f e_{i_pff}}{\left(1 + \frac{i}{m}\right)^n}$$



Sustituyendo los valores queda de la siguiente forma, considerando los cálculos previos realizados para unificar todos los plazos en meses.

$$V_{EO} = 1,200.00 \left(1 + \frac{.25}{12}\right)^{3.95} + 3,450.00 \left(1 + \frac{.25}{12}\right)^{1.12} + \frac{2,750.00}{\left(1 + \frac{.25}{12}\right)^2} + \frac{900.00}{\left(1 + \frac{.25}{12}\right)^3}$$

$$V_{EO} = 1,200.00(1.08485483) + 3,450.00(1.02336232) + \frac{2,750.00}{(1.04210069)} + \frac{900.00}{(1.06381112)}$$

$$V_{EO} = \$1,301.83 + \$3,530.60 + \$2,638.90 + \$846.01$$

El Valor Actual de la deuda es:

$$V_{EO} = 8,317.34$$

Los pagos mensuales quedaran de la siguiente manera:

- 1° pago = 35 días
- 2° pago = 60 días
- 3° pago = 4 meses
- 4° pago = 200 días
- 5° pago = 8 meses

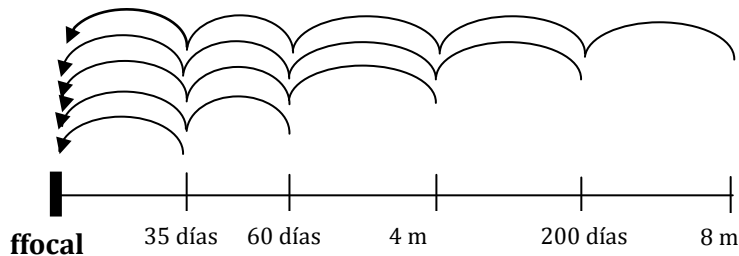
Con una tasa de interés del 50% mensual.



Tabla de cálculos de días a meses

Días	Meses
35	1.15
60	1.97
200	6.58

Se debe trazar nuestra línea de tiempo





El siguiente paso es conocer la mensualidad que tendrás que cubrir para los nuevos plazos.

$$y = \frac{8,317.34}{\text{factor}}$$

Para calcular VEO (Valor del Esquema Nuevo) se utiliza la siguiente fórmula:

$$V_{EN} = \sum_{i=1}^n X_{i,m,n} = \sum_{i=1}^n \frac{X_i}{\left(1 + \frac{i}{m}\right)^n}$$



Sustituyendo los valores de cada uno de los nuevos plazos con la nueva tasa de interés nos queda de la siguiente forma:

$$V_{EN} = X_0 + \frac{X_1}{\left(1 + \frac{.50}{12}\right)^{1.15}} + \frac{X_2}{\left(1 + \frac{.50}{12}\right)^{1.97}} + \frac{X_3}{\left(1 + \frac{.50}{12}\right)^4} + \frac{X_4}{\left(1 + \frac{.50}{12}\right)^{6.58}} + \frac{X_5}{\left(1 + \frac{.50}{12}\right)^8}$$

$$V_{EN} = X_0 = 1 + \frac{X_1 = 1}{(1.04806467)} + \frac{X_2 = 1}{(1.08374141)} + \frac{X_3 = 1}{(1.17737569)} + \frac{X_4 = 1}{(1.30814319)} + \frac{X_5 = 1}{(1.38621353)}$$

$$V_{EN} = 1 + 0.954139595 + 0.922729343 + 0.849346566 + 0.764442308 + 0.72389582$$

El Factor resultante es:

$$V_{EN} = 5.214553$$

El monto de la Mensualidad a cubrir:

$$y = \frac{98,317.34}{2.214553} = 1,595.02$$



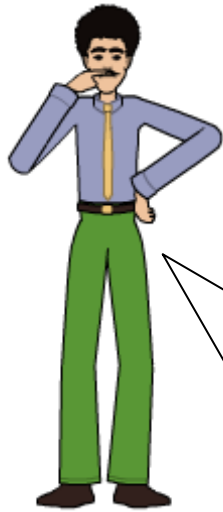
Problema 7.-

El Dr. Maza se fue de viaje, y a su regreso se dio cuenta que tenía unos pagos vencidos y que sobre todo estaba muy gastado en su liquidez...



El Dr. Maza fue al banco a ver a su ejecutivo Martín, para que le asesorara en la reestructura de sus cuentas por pagar.





Su condición actual es la siguiente: **Tasa de Interés Anual del 45.6%**

$fe_1 = 8,750.00$ (Vencido hace 3 meses)

$fe_2 = 2,830.00$ (Vencido hace 2 mes)

$fe_3 = 17,400.00$ (Vence en 2 meses)

$fe_4 = 1,750.00$ (Vence en 4 meses)

*Necesitamos traer al día de hoy o fecha Focal los montos de las deudas vencidas :

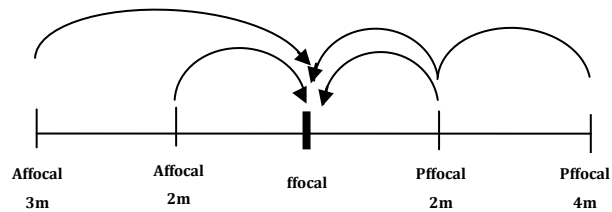
- $fe_1 = 8,750.00$ (Vencido hace 3 meses)

- $fe_2 = 2,830.00$ (Vencido hace 2 mes)

*De los plazos que están por vencer necesitamos igual traerlos al día de hoy o Fecha Focal, ya que si el pagara hoy esas cuentas existiría un ahorro por los intereses no devengados: $fe_3 = 17,400.00$ (Vence en 2 meses) y $fe_4 = 1,750.00$ (Vence en 4 meses)



Dibujamos el estado de nuestra deuda, aplicando el método de "Brinca la Tablita" (Capitalización)



Para hacer esos cálculos utilizaremos la formula de:

Valor Esquema Original = Veo
Con la cual podemos traer las cantidades o cuentas vencidas al valor presente.

$$V_{EO} = \sum_{i=n} f e_{1aff} \left(1 + \frac{i}{m}\right)^n + f e_{2aff} \left(1 + \frac{i}{m}\right)^n + f e_{ff} + \sum_{i=n} \frac{f e_{i_{pff}}}{\left(1 + \frac{i}{m}\right)^n}$$



Sustituyendo los valores de cada una de las cuentas, nos quedaría de la siguiente forma:



$$V_{EO} = 8,750 \left(1 + \frac{.456}{12}\right)^3 + 2,830 \left(1 + \frac{.456}{12}\right)^2 + \frac{17,400}{\left(1 + \frac{.456}{12}\right)^2} + \frac{1,750}{\left(1 + \frac{.456}{12}\right)^4} =$$

$$V_{EO} = 8,750(1.11838687) + 2,830(1.07744440) + \frac{17,400}{(1.07744440)} + \frac{1,750}{(1.16088557)} =$$

$$V_{EO} = 9,785.88513 + 3,049.16652 + 16,149.3312 + 1,507.46985$$

Este resultado es el valor del total de la deuda en la Fecha Focal.

$$V_{EO} = 30,491.8527$$

Para conocer el monto de las nuevas mensualidades iguales necesitamos conocer el factor.

$$y = \frac{30,491.8527}{\text{factor}}$$

Para conocer ese factor necesitamos el nuevo esquema en el que usted Dr. Pagara esta deuda.

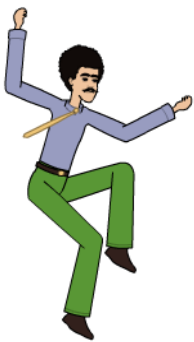


Ahora dígame en cuantos pagos se reestructurara y en que tiempos. Solo que la tasa de interés será del 55% anual



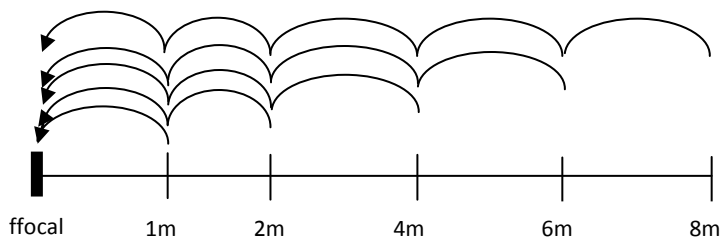
Ok. Los pagos quedarían de la siguiente forma :

- 1° pago = fecha focal
- 2° pago = 1 mes
- 3° pago = 2 meses
- 4° pago = 4 meses
- 5° pago = 6 meses



Para calcular VEO (Valor del Esquema Nuevo) se utiliza la siguiente fórmula:

$$V_{EN} = \sum_{i=1}^n X_{1..n} = \sum_{i=1}^n \frac{X_i}{\left(1 + \frac{i}{m}\right)^n}$$



Sustituyendo los valores nos quedaría de la siguiente forma:

$$V_{EN} = x1 \frac{X_2}{\left(1 + \frac{.55}{12}\right)^1} + \frac{X_3}{\left(1 + \frac{.55}{12}\right)^2} + \frac{X_4}{\left(1 + \frac{.55}{12}\right)^4} + \frac{X_5}{\left(1 + \frac{.55}{12}\right)^6} + \frac{X_6}{\left(1 + \frac{.55}{12}\right)^8}$$

$$V_{EN} = X1 = 1 \frac{X_2 = 1}{(1.04583333)} + \frac{X_3 = 1}{(1.09376736)} + \frac{X_4 = 1}{(1.19632704)} + \frac{X_5 = 1}{(1.30850347)} + \frac{X_6 = 1}{(1.43119839)}$$

$$V_{EO} = 1 + 0.956175 + 0.914271 + 0.835892 + 0.764232 + 0.698715 =$$

El Factor resultante es: $V_{EO} = 5.169285$



Ahora que ya conocemos el factor, podemos conocer el monto de las mensualidades nuevas, para los nuevos plazos reestructurados.

$$y = \frac{30,491.8527}{5.169285} = 5,898.66$$

Fin del Capitulo:

Sugerencias o comentarios

Enviar correo a: agsposgrados@yahoo.com,
arturogarciasantillan@yahoo.com.mx

